ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DÃY SỐ-CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2017 - 2018

DÃY SỐ 3
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT 3
B – BÀI TẬP 3
DẠNG 1: SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ 3
DẠNG 2: DÃY SỐ ĐƠN ĐIỆU, DÃY SỐ BỊ CHẶN 7
C – HƯỚNG DẪN GIẢI 13
DẠNG 1: SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ 13
DẠNG 2: DÃY SỐ ĐƠN ĐIỆU, DÃY SỐ BỊ CHẶN 21
CẤP SỐ CỘNG 34
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT 34
B – BÀI TẬP 34
DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ CỘNG VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG 34
DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ CỘNG 40
C– HƯỚNG DẪN GIẢI 42
DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ CỘNG VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG 42
DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ CỘNG 54
CẤP SỐ NHÂN 59
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT 59
B – BÀI TẬP 59
DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ NHÂN VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ NHÂN 59
DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ NHÂN 65
C – HƯỚNG DẪN GIẢI 66
DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ NHÂN VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ NHÂN 66
DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ NHÂN 77
ÔN TẬP CHƯƠNG III 79
ĐÁP ÁN 90

DÃY SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Phương pháp quy nạp toán học

Để chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) là một mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương n, ta thực hiện như sau:

- Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với n = 1.
- Bước 2: Giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương n = k tuỳ ý (k ≥ 1), chứng minh rằng mệnh đề đúng với n = k + 1.

Chú ý: Nếu phải chứng minh mệnh đề A(n) là đúng với với mọi số nguyên dương n ≥ p thì:

+ Ở bước 1, ta phải kiểm tra mệnh đề đúng với n = p;

+ Ở bước 2, ta giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương bất kì n = k ≥ p và phải chứng minh mệnh đề đúng với n = k + 1.

2. Dãy số

$$\begin{aligned} u: \mathbb{N}^* &\to \mathbb{R} \\ n &\mapsto u(n) \end{aligned}$$ Dạng khai triển: $(u_n) = u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$

3. Dãy số tăng, dãy số giảm

- (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$ với $\forall$ n $\in$ N*.

$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0$ với $\forall$ n $\in$ N* $\Leftrightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với $\forall$n $\in$ N* ($u_n > 0$).

- (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$ với $\forall$n $\in$ N*.

$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0$ với $\forall$ n $\in$ N* $\Leftrightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ với $\forall$n $\in$ N* ($u_n > 0$).

4. Dãy số bị chặn

- (u_n) là dãy số bị chặn trên $\Leftrightarrow \exists M \in R: u_n \le M, \forall n \in N^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn dưới $\Leftrightarrow \exists m \in R: u_n \ge m, \forall n \in N^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn $\Leftrightarrow \exists m, M \in R: m \le u_n \le M, \forall n \in N^*$.

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

Câu 1: Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: $-1,3,19,53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10} = 97$ **B.** $u_{10} = 71$ **C.** $u_{10} = 1414$ **D.** $u_{10} = 971$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an^2}{n+1}$ (a: hằng số). u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \dfrac{a.(n+1)^2}{n+2}$. **B.** $u_{n+1} = \dfrac{a.(n+1)^2}{n+1}$. **C.** $u_{n+1} = \dfrac{a.n^2+1}{n+1}$. **D.** $u_{n+1} = \dfrac{an^2}{n+2}$.

Câu 3: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $5;10;15;20;25;\ldots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 5(n-1)$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 5+n$. **D.** $u_n = 5.n+1$.

Câu 4: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $8,15,22,29,36,\ldots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 7n + 7$.   **B.** $u_n = 7.n$.

C. $u_n = 7.n + 1$.   **D.** u_n: Không viết được dưới dạng công thức.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0;\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5};...$.Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$.   **B.** $u_n = \frac{n}{n+1}$.   **C.** $u_n = \frac{n-1}{n}$.   **D.** $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$.

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0,1;0,01;0,001;0,0001;...$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n \text{ chöõ soá } 0}$.   **B.** $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n-1 \text{ chöõ soá } 0}$.   **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.   **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 7: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1;1;-1;1;-1;...$.Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$.   **B.** $u_n = -1$.   **C.** $u_n = (-1)^n$.   **D.** $u_n = (-1)^{n+1}$.

Câu 8: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2;0;2;4;6;...$.Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$.   **B.** $u_n = (-2) + n$.

C. $u_n = (-2)(n+1)$.   **D.** $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Câu 9: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3};\frac{1}{3^2};\frac{1}{3^3};\frac{1}{3^4};\frac{1}{3^5};...$.Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3}\frac{1}{3^{n+1}}$.   **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$.   **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$.   **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$.Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.   **B.** $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$.   **D.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$.   **B.** $u_n = 1 - n$.   **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$.   **D.** $u_n = n$.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$.   **B.** u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$.   **D.** $u_n = -n$ với mọi n.

Câu 13: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\dfrac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \dfrac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \dfrac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \dfrac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \dfrac{1}{2} + 2n$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1).\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$.

.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này :

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Câu19 : Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = \dfrac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \dfrac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \dfrac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. $\dfrac{11}{2}; \dfrac{17}{3}; \dfrac{25}{4}; 7; \dfrac{47}{6}$ **B.** $\dfrac{13}{2}; \dfrac{17}{3}; \dfrac{25}{4}; 7; \dfrac{47}{6}$ **C.** $\dfrac{11}{2}; \dfrac{14}{3}; \dfrac{25}{4}; 7; \dfrac{47}{6}$ **D.** $\dfrac{11}{2}; \dfrac{17}{3}; \dfrac{25}{4}; 8; \dfrac{47}{6}$

Câu 21: Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** Không có

Câu 22: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. 1;5;13;28;61 **B.** 1;5;13;29;61 **C.** 1;5;17;29;61 **D.** 1;5;14;29;61

Câu 23: Cho hai dãy số $(u_n),(v_n)$ được xác định như sau $u_1 = 3, v_1 = 2$ và $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2v_n^2 \\ v_{n+1} = 2u_n.v_n \end{cases}$ với $n \geq 2$.

Tìm công thức tổng quát của hai dãy (u_n) và (v_n).

A. $\begin{cases} u_n = \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n} \\ v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{4}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{3\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

DẠNG 2: DÃY SỐ ĐƠN ĐIỆU, DÃY SỐ BỊ CHẶN

Câu 1: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n+1}$

A. Dãy số tăng　　**B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 2: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

A. Dãy số tăng　　**B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 3: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{3^n - 1}{2^n}$

A. Dãy số tăng　　**B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 4: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{n + (-1)^n}{n^2}$

A. Dãy số tăng　　**B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 5: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \frac{2n - 13}{3n - 2}$

A. Dãy số tăng, bị chặn　　**B.** Dãy số giảm, bị chặn
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 6: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{n+1}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên　　**B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 7: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \frac{1}{\sqrt{1 + n + n^2}}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên　　**B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 8: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \frac{2^n}{n!}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên　　**B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 9: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{n^2}$.

A. Dãy số tăng, bị chặn　　**B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên　　**D. Cả** A, B, C đều sai

Câu 10: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

A. Bị chặn　　**B.** Không bị chặn　　**C.** Bị chặn trên　　**D.** Bị chặn dưới

Câu 11: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$

A. Bị chặn　　**B.** Không bị chặn　　**C.** Bị chặn trên　　**D.** Bị chặn dưới

Câu 12: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 13: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 14: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 15: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 16: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{2.4} + ... + \dfrac{1}{n.(n+2)}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 17: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + ... + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 18: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \dfrac{u_{n-1}+2}{u_{n-1}+1} \quad , n \geq 2 \end{cases}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Câu 19: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3+1},\ n \geq 1 \end{cases}$

A. Tăng **B.** Giảm
C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Câu 20: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2+1}{4} \quad n \geq 1 \end{cases}$

A. Tăng **B.** Giảm
C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Câu 21: dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \sqrt{2010 + \sqrt{2010 + ... + \sqrt{2010}}}$ (n dấu căn)Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tăng **B.** Giảm
C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Câu 22: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_n = \sqrt[3]{u_{n-1}} + \sqrt[3]{u_{n-2}}, n \geq 3 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn
C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Câu 23: Cho dãy số $(u_n): u_n = \dfrac{an+2}{2n-1}$, $n \geq 1$. Khi $a = 4$, hãy tìm 5 số hạng đầu của dãy

A. $u_1 = 2, u_2 = \dfrac{10}{3}, u_3 = \dfrac{14}{5}, u_4 = \dfrac{18}{7}, u_5 = \dfrac{22}{9}$

B. $u_1 = 6, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{14}{5}, u_4 = \frac{18}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$

C. $u_1 = 6, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{5}, u_4 = \frac{18}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$

D. $u_1 = 6, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{4}{5}, u_4 = \frac{8}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$

Câu 24: Tìm a để dãy số đã cho là dãy số tăng.

A. $a < 2$ **B.** $a < -2$ **C.** $a < 4$ **D.** $a < -4$

Câu 25: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 2,\ n = 2,3.. \end{cases}$ Viết 6 số hạng đầu của dãy

A. $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$

B. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 18, u_5 = 82, u_6 = 244$

C. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 72, u_6 = 244$

D. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$

Câu 26: Cho dãy số $u_n = -5.2^{n-1} + 3^n + n + 2,\ n = 1,2,...$ Viết 5 số hạng đầu của dãy

A. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 49, u_5 = 170$

B. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 170$

C. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 24, u_4 = 47, u_5 = 170$

D. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 178$

Câu 27:

1. Cho dãy số $(u_n): u_n = (1-a)^n + (1+a)^n$,trong đó $a \in (0;1)$ và n là số nguyên dương.

a)Viết công thức truy hồi của dãy số

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a\left[(1+a)^n + (1-a)^n\right] \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$

b)Xét tính đơn điệu của dãy số

A. Dãy (u_n) là dãy số tăng. **B.** Dãy (u_n) là dãy số giảm.

C. Dãy (u_n) là dãy số không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + \frac{1}{2u_{n-1}} - 2,\ n \geq 2 \end{cases}$.

Viết 4 số hạng đầu của dãy và chứng minh rằng $u_n > 0,\ \forall n$

A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{47}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$ **B.** $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$

C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{19}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$ **D.** $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{2127}{34}$

Câu 29: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi : $\begin{cases} u_0 = 2011 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2}{u_n + 1}, \ \forall n = 1, 2, ... \end{cases}$

a) Khẳng định nào sau đây đúng

A. Dãy (u_n) là dãy giảm **B.** Dãy (u_n) là dãy tăng

C. Dãy (u_n) là dãy không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

b) Tìm phần nguyên của u_n với $0 \le n \le 1006$.

A. $[u_n] = 2014 - n$ **B.** $[u_n] = 2011 - n$ **C.** $[u_n] = 2013 - n$ **D.** $[u_n] = 2012 - n$

Câu 30: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 6 \\ u_{n+2} = u_n + 2u_{n+1}, \ \forall n = 1, 2, ... \end{cases}$

a) Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$. Chứng minh rằng: $u_n = a^n + b^n$

b) Chứng minh rằng: $u_{n+1}^2 - u_{n+2}u_n = (-1)^{n-1}.8$.

Câu 31: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Câu 32: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Câu 33: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{2}, \ \forall n \ge 2 \end{cases}$

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Câu 34: Xét tính tăng giảm và bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{n-1}}, \ \forall n \ge 2 \end{cases}$.

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Câu 35: Cho dãy số $(x_n): \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_n = \dfrac{2n}{(n-1)^2} \sum\limits_{i=1}^{n-1} x_i, \ n = 2, 3, ... \end{cases}$. Xét dãy số $y_n = x_{n+1} - x_n$. Khẳng định nào đúng về dãy (y_n)

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Câu 36: Cho dãy số (Un) với $Un = \dfrac{-n}{n+1}$.Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Năm số hạng đầu của dãy là : $\dfrac{-1}{2}; \dfrac{-2}{3}; \dfrac{-3}{4}; \dfrac{-5}{5}; \dfrac{-5}{6}$.

B. 5 số số hạng đầu của dãy là : $\dfrac{-1}{2}; \dfrac{-2}{3}; \dfrac{-3}{4}; \dfrac{-4}{5}; \dfrac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Bị chặn trên bởi số 1.

Câu 37: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1}{n^2+n}$.Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{1}{2};\frac{1}{6};\frac{1}{12};\frac{1}{20};\frac{1}{30};$

B. Là dãy số tăng.

C. Bị chặn trên bởi số $M=\frac{1}{2}$.

D. Không bị chặn.

Câu 38: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{-1}{n}$.Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Năm số hạng đầu của dãy là : $-1;\frac{-1}{2};\frac{-1}{3};\frac{-1}{4};\frac{-1}{5}$.

B. Bị chặn trên bởi số $M=-1$.

C. Bị chặn trên bởi số $M=0$.

D. Là dãy số giảm và bị chặn dưới bởi số m $M=-1$.

Câu 39: Cho dãy số (u_n) với $u_n=a.3^n$ (a : hằng số).Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Dãy số có $u_{n+1}=a.3^{n+1}$.

B. Hiệu số $u_{n+1}-u_n=3.a$.

C. Với $a>0$ thì dãy số tăng

D. Với $a<0$ thì dãy số giảm.

Câu 40: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{a-1}{n^2}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Dãy số có $u_{n+1}=\frac{a-1}{n^2+1}$.

B. Dãy số có : $u_{n+1}=\frac{a-1}{(n+1)^2}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Là dãy số tăng.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{a-1}{n^2}$ (a : hằng số). Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1}=\frac{a-1}{(n+1)^2}$.

B. Hiệu $u_{n+1}-u_n=(1-a).\frac{2n-1}{(n+1)^2n^2}$.

C. Hiệu $u_{n+1}-u_n=(a-1).\frac{2n-1}{(n+1)^2n^2}$.

D. Dãy số tăng khi $a<1$.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{an^2}{n+1}$ (a : hằng số). Kết quả nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1}=\frac{a.(n+1)^2}{n+2}$.

B. $u_{n+1}-u_n=\frac{a.(n^2+3n+1)}{(n+2)(n+1)}$.

C. Là dãy số luôn tăng với mọi a.

D. Là dãy số tăng với $a>0$.

Câu 43: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{k}{3^n}$ (k : hằng số). Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Số hạng thứ 5 của dãy số là $\frac{k}{3^5}$.

B. Số hạng thứ n của dãy số là $\frac{k}{3^{n+1}}$.

C. Là dãy số giảm khi $k>0$.

D. Là dãy số tăng khi $k>0$.

Câu 44: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$.

B. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

C. Đây là một dãy số giảm. **D.** Bị chặn trên bởi số $M = 1$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{n-1}$ với $n \in N^*$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $0;1;\sqrt{2};\sqrt{3};\sqrt{5}$. **B.** Số hạng $u_{n+1} = \sqrt{n}$.

C. Là dãy số tăng. **D.** Bị chặn dưới bởi số 0.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $-1;1;5;-5;-11;-19$.

B. $u_{n+1} = -n^2 + n + 2$.

C. $u_{n-1} - u_n = 1$.

D. Là một dãy số giảm.

Câu 46: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{-1}{n^2+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1} = \dfrac{-1}{(n+1)^2+1}$. **B.** $u_n > u_{n+1}$.

C. Đây là một dãy số tăng. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 47: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sin\dfrac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy: $u_{n+1} = \sin\dfrac{\pi}{n+2}$ **B.** Dãy số bị chặn.

C. Đây là một dãy số tăng. **D.** Dãy số không tăng không giảm.

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

Câu 1: Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: $-1,3,19,53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10}=97$ **B.** $u_{10}=71$ **C.** $u_{10}=1414$ **D.** $u_{10}=971$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét dãy (u_n) có dạng: $u_n=an^3+bn^2+cn+d$

Ta có hệ: $\begin{cases} a+b+c+d=-1 \\ 8a+4b+2c+d=3 \\ 27a+9b+3c+d=19 \\ 64a+16b+4c+d=53 \end{cases}$

Giải hệ trên ta tìm được: $a=1,b=0,c=-3,d=1$

$\Rightarrow u_n=n^3-3n+1$ là một quy luật.

Số hạng thứ 10: $u_{10}=971$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{an^2}{n+1}$ (a: hằng số). u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1}=\dfrac{a.(n+1)^2}{n+2}$. **B.** $u_{n+1}=\dfrac{a.(n+1)^2}{n+1}$. **C.** $u_{n+1}=\dfrac{a.n^2+1}{n+1}$. **D.** $u_{n+1}=\dfrac{an^2}{n+2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $u_{n+1}=\dfrac{a.(n+1)^2}{(n+1)+1}=\dfrac{a(n+1)^2}{(n+2)^2}$.

Câu 3: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $5;10;15;20;25;\dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n=5(n-1)$. **B.** $u_n=5n$. **C.** $u_n=5+n$. **D.** $u_n=5.n+1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có:

$5=5.1$

$10=5.2$

$15=5.3$

$20=5.4$

$25=5.5$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n=5n$.

Câu 4: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $8,15,22,29,36,\dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n=7n+7$. **B.** $u_n=7.n$.

C. $u_n=7.n+1$. **D.** u_n: Không viết được dưới dạng công thức.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có:

$8=7.1+1$

$15 = 7.2 + 1$
$22 = 7.3 + 1$
$29 = 7.4 + 1$
$36 = 7.5 + 1$
Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 7n + 1$.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0;\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5};...$.Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n-1}{n}$. **D.** $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có:

$0 = \frac{0}{0+1}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$

$\frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$

Suy ra $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0,1;0,01;0,001;0,0001;...$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n \text{ chữ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n-1 \text{ chữ số } 0}$. **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có:
Số hạng thứ 1 có 1 chữ số 0
Số hạng thứ 2 có 2 chữ số 0
Số hạng thứ 3 có 3 chữ số 0
……………………………..
Suy ra u_n có n chữ số 0.

Câu 7: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1;1;-1;1;-1;...$.Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$. **B.** $u_n = -1$. **C.** $u_n = (-1)^n$. **D.** $u_n = (-1)^{n+1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có:
Các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1;(-1)^2;(-1)^3;(-1)^4;(-1)^5;... \Rightarrow u_n = (-1)^n$.

Câu 8: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2;0;2;4;6;...$.Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$. **B.** $u_n = (-2) + n$.

C. $u_n = (-2)(n+1)$. **D.** $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là (-2) nên $u_n = (-2) + 2.(n-1)$.

Câu 9: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3};\frac{1}{3^2};\frac{1}{3^3};\frac{1}{3^4};\frac{1}{3^5};\ldots$.Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3}\frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

5 số hạng đầu là $\frac{1}{3_1};\frac{1}{3^2};\frac{1}{3^3};\frac{1}{3^4};\frac{1}{3^5};\ldots$ nên $u_n = \frac{1}{3^n}$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$.Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_n = 5 + 1 + 2 + 3 + \ldots + n - 1 = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4;\ldots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ $(*)$ bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy $(*)$ đúng với $n = 1$

+ Giả sử $(*)$ đúng với mọi $n = k\left(k \in \mathbb{N}^*\right)$, ta có: $u_k = k$. Ta đi chứng minh $(*)$ cũng đúng với $n = k + 1$, tức là: $u_{k+1} = k + 1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$. Vậy $(*)$ đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$. **B.** u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$,.. Dễ dàng dự đoán được $u_n = 2 - n$.

Câu 13: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \dfrac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ \ldots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + \ldots + (n-1)^2 = 1 + \dfrac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \ldots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\dfrac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \dfrac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_1 = -\dfrac{3}{2}; u_2 = -\dfrac{4}{3}; u_3 = -\dfrac{5}{4}; \ldots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \dots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được

$$u_1.u_2.u_3...u_n = (-1).\frac{u_1.u_2.u_3...u_{n-1}}{\underbrace{2.2.2...2}_{n-1 \text{ lan}}} \Leftrightarrow u_n = (-1).\frac{1}{2^{n-1}} = (-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này :

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ ... \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = 2.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$

Câu19 : Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$.　　**B.** $u_n = \dfrac{-1}{2^{n-1}}$.　　**C.** $u_n = \dfrac{-1}{2^n}$.　　**D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ ... \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được $u_1.u_2.u_3...u_n = \dfrac{1}{2}.2^{n-1}.u_1.u_2...u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$

Câu 20: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \dfrac{n^2+3n+7}{n+1}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. $\dfrac{11}{2};\dfrac{17}{3};\dfrac{25}{4};7;\dfrac{47}{6}$　　**B.** $\dfrac{13}{2};\dfrac{17}{3};\dfrac{25}{4};7;\dfrac{47}{6}$　　**C.** $\dfrac{11}{2};\dfrac{14}{3};\dfrac{25}{4};7;\dfrac{47}{6}$　　**D.** $\dfrac{11}{2};\dfrac{17}{3};\dfrac{25}{4};8;\dfrac{47}{6}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có năm số hạng đầu của dãy

$$u_1 = \frac{1^2+3.1+7}{1+1} = \frac{11}{2},\ u_2 = \frac{17}{3}, u_3 = \frac{25}{4}, u_4 = 7, u_5 = \frac{47}{6}$$

Câu 21: Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2　　**B.** 4　　**C.** 1　　**D.** Không có

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_n = n+2+\dfrac{5}{n+1}$, do đó u_n nguyên khi và chỉ khi $\dfrac{5}{n+1}$ nguyên hay $n+1$ là ước của 5. Điều đó xảy ra khi $n+1=5 \Leftrightarrow n=4$

Vậy dãy số có duy nhất một số hạng nguyên là $u_4 = 7$.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1}+3 \quad \forall n \ge 2 \end{cases}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. 1;5;13;28;61　　**B.** 1;5;13;29;61　　**C.** 1;5;17;29;61　　**D.** 1;5;14;29;61

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có 5 số hạng đầu của dãy là:

$u_1 = 1$; $u_2 = 2u_1 + 3 = 5$; $u_3 = 2u_2 + 3 = 13$; $u_4 = 2u_3 + 3 = 29$

$u_5 = 2u_4 + 3 = 61$.

Câu 23: Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ được xác định như sau $u_1 = 3, v_1 = 2$ và $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 + 2v_n^2 \\ v_{n+1} = 2u_n.v_n \end{cases}$ với $n \ge 2$.

Tìm công thức tổng quát của hai dãy (u_n) và (v_n).

A. $\begin{cases} u_n = \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n} \\ v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{4}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{3\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Chứng minh $u_n - \sqrt{2}v_n = \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}$ (2)

Ta có: $u_n - \sqrt{2}v_n = u_{n-1}^2 + 2v_{n-1}^2 - 2\sqrt{2}u_{n-1}v_{n-1} = \left(u_{n-1} - \sqrt{2}v_{n-1}\right)^2$

- Ta có: $u_1 - \sqrt{2}v_1 = 3 - 2\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}-1\right)^2$ nên (2) đúng với $n = 1$
- Giả sử $u_k - \sqrt{2}v_k = \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^k}$, ta có:

$$u_{k+1} - \sqrt{2}v_{k+1} = \left(u_k - \sqrt{2}v_k\right)^2 = \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^{k+1}}$$

Vậy (2) đúng với $\forall n \ge 1$.

Theo kết quả bài trên và đề bài ta có: $u_n + \sqrt{2}v_n = \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n}$

Do đó ta suy ra $\begin{cases} 2u_n = \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n} \\ 2\sqrt{2}v_n = \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n} \end{cases}$

Hay $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$.

DẠNG 2: DÃY SỐ ĐƠN ĐIỆU, DÃY SỐ BỊ CHẶN

Câu 1: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 1}{n+1}$

A. Dãy số tăng   **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm   **D.** **Cả** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:
Chọn A.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{5n^2 + 10n + 2}{(n+1)(n+2)} > 0$ nên dãy (u_n) là dãy tăng

Câu 2: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

A. Dãy số tăng   **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm   **D.** **Cả** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1}} - \dfrac{1}{n + \sqrt{n^2 - 1}} < 0$

Chọn B.
Nên dãy (u_n) giảm.

Câu 3: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{3^n - 1}{2^n}$

A. Dãy số tăng   **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm   **D.** **Cả** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:
Chọn A.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = u_{n+1} - u_n = \dfrac{3^n + 1}{2^{n+1}} > 0 \Rightarrow$ dãy (u_n) tăng.

Câu 4: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{n + (-1)^n}{n^2}$

A. Dãy số tăng   **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm   **D.** **Cả** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:
Chọn C.

Ta có: $u_1 = 0; u_2 = \dfrac{1}{2}; u_3 = \dfrac{2}{9} \Rightarrow \begin{cases} u_2 > u_1 \\ u_3 < u_2 \end{cases} \Rightarrow$ Dãy số không tăng không giảm.

Câu 5: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n = \dfrac{2n - 13}{3n - 2}$

A. Dãy số tăng, bị chặn   **B.** Dãy số giảm, bị chặn
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn   **D.** **Cả** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_{n+1}-u_n=\frac{2n-11}{3n+1}-\frac{2n-13}{3n-2}=\frac{34}{(3n+1)(3n-2)}>0$ với mọi $n\ge 1$.

Suy ra $u_{n+1}>u_n\ \ \forall n\ge 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng.

Mặt khác: $u_n=\frac{2}{3}-\frac{35}{3(3n-2)}\Rightarrow -11\le u_n<\frac{2}{3}\ \ \forall n\ge 1$

Vậy dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 6: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n=\frac{n^2+3n+1}{n+1}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên
D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_{n+1}-u_n=\frac{(n+1)^2+3(n+1)+1}{n+2}-\frac{n^2+3n+1}{n+1}$

$=\frac{n^2+5n+5}{n+2}-\frac{n^2+3n+1}{n+1}$

$=\frac{(n^2+5n+5)(n+1)-(n^2+3n+1)(n+2)}{(n+1)(n+2)}$

$=\frac{n^2+3n+3}{(n+1)(n+2)}>0\ \forall n\ge 1$

$\Rightarrow u_{n+1}>u_n\ \forall n\ge 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số tăng.

$u_n>\frac{n^2+2n+1}{n+1}=n+1\ge 2\Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới.

Câu 7: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n=\frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn
D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_n>0\ \forall n\ge 1$

$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{\sqrt{n^2+n+1}}{\sqrt{(n+1)^2+(n+1)+1}}=\sqrt{\frac{n^2+n+1}{n^2+3n+3}}<1\ \forall n\in\mathbb{N}^*$

$\Rightarrow u_{n+1}<u_n\ \forall\ge 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Mặt khác: $0<u_n<1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 8: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n=\frac{2^n}{n!}$

A. Dãy số tăng, bị chặn trên
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên
D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}:\frac{2^n}{n!}=\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}.\frac{n!}{2^n}=\frac{2}{n+1}<1\ \forall n\geq 1$

Mà $u_n>0\ \forall n\Rightarrow u_{n+1}<u_n\ \forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Vì $0<u_n\leq u_1=2\ \forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 9: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n), biết: $u_n=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{n^2}$.

A. Dãy số tăng, bị chặn
B. Dãy số tăng, bị chặn dưới
C. Dãy số giảm, bị chặn trên
D. Cả A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{(n+1)^2}>0\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số tăng.

Do $u_n<1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+...+\frac{1}{(n-1)n}=2+\frac{1}{n}$

$\Rightarrow 1<u_n<3\ \forall n\geq 1\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 10: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n=\frac{2n+1}{n+2}$

A. Bị chặn
B. Không bị chặn
C. Bị chặn trên
D. Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $0<u_n<2\ \ \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn

Câu 11: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n=(-1)^n$

A. Bị chặn
B. Không bị chặn
C. Bị chặn trên
D. Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $-1\leq u_n\leq 1\Rightarrow (u_n)$ là dãy bị chặn

Câu 12: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n=3n-1$

A. Bị chặn
B. Không bị chặn
C. Bị chặn trên
D. Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Ta có: $u_n\geq 2\ \ \forall n\Rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới; dãy (u_n) không bị chặn trên.

Câu 13: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n=4-3n-n^2$

A. Bị chặn
B. Không bị chặn
C. Bị chặn trên
D. Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_n=\frac{25}{4}-(n+\frac{3}{2})^2<\frac{25}{4}\Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Câu 14: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $1 < u_n < 2\ \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn

Câu 15: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $0 < u_n < 2\ \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn

Câu 16: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{2.4} + ... + \dfrac{1}{n.(n+2)}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $0 < u_n < \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + ... + \dfrac{1}{n.(n+1)} = 1 - \dfrac{1}{n+1} < 1$

Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 17: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + ... + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_n = \dfrac{n}{2n+1} \Rightarrow 0 < u_n < 1$, dãy (u_n) bị chặn.

Câu 18: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \dfrac{u_{n-1}+2}{u_{n-1}+1} \quad , n \geq 2 \end{cases}$

A. Bị chặn **B.** Không bị chặn **C.** Bị chặn trên **D.** Bị chặn dưới

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Bằng quy nạp ta chứng minh được $1 < u_n < 2$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 19: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + 1},\ n \geq 1 \end{cases}$

A. Tăng **B.** Giảm

C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_{n+1}=\sqrt[3]{u_n^3+1}\Rightarrow u_{n+1}>\sqrt[3]{u_n^3}=u_n\ \forall n\ \Rightarrow$ dãy số tăng

Câu 20: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n^2+1}{4} \quad n\ge 1 \end{cases}$

A. Tăng **B.** Giảm

C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n^2-4u_n+1}{4}$

Bằng quy nạp ta chứng minh được $2-\sqrt{3}<u_n<2\ \forall n$

$\Rightarrow u_{n+1}-u_n<0$. Dãy (u_n) giảm.

Câu 21: dãy số (u_n) xác định bởi $u_n=\sqrt{2010+\sqrt{2010+...+\sqrt{2010}}}$ (n dấu căn)Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tăng **B.** Giảm

C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $u_{n+1}^2=2010+u_n\ \Rightarrow u_{n+1}-u_n=-u_{n+1}^2+u_{n+1}+2010$

Bằng quy nạp ta chứng minh được $u_n<\dfrac{1+\sqrt{8041}}{2}\quad\forall n$

Suy ra $u_{n+1}-u_n>0\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1=1,u_2=2 \\ u_n=\sqrt[3]{u_{n-1}}+\sqrt[3]{u_{n-2}},n\ge 3 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn

C. Không tăng, không giảm **D.** A, B, C đều sai

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Chứng minh bằng quy nạp : $u_{k+1}=\sqrt[3]{u_k}+\sqrt[3]{u_{k-2}}>\sqrt[3]{u_{k-1}}+\sqrt[3]{u_{k-2}}=u_k$

Ta chứng minh: $0<u_n<3$.

Câu 23: Cho dãy số $(u_n):u_n=\dfrac{an+2}{2n-1}$, $n\ge 1$. Khi $a=4$, hãy tìm 5 số hạng đầu của dãy

A. $u_1=2,u_2=\dfrac{10}{3},u_3=\dfrac{14}{5},u_4=\dfrac{18}{7},u_5=\dfrac{22}{9}$

B. $u_1=6,u_2=\dfrac{10}{3},u_3=\dfrac{14}{5},u_4=\dfrac{18}{7},u_5=\dfrac{22}{9}$

C. $u_1=6,u_2=\dfrac{1}{3},u_3=\dfrac{1}{5},u_4=\dfrac{18}{7},u_5=\dfrac{22}{9}$

D. $u_1 = 6, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{4}{5}, u_4 = \frac{8}{7}, u_5 = \frac{22}{9}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Với $a = 4$ ta có: $u_n = \frac{4n+2}{2n-1}$. Ta có: 5 số hạng đầu của dãy là

$$u_1 = 6, u_2 = \frac{10}{3}, u_3 = \frac{14}{5}, u_4 = \frac{18}{7}, u_5 = \frac{22}{9}.$$

Câu 24: Tìm a để dãy số đã cho là dãy số tăng.

A. $a < 2$ **B.** $a < -2$ **C.** $a < 4$ **D.** $a < -4$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có dãy số (u_n) tăng khi và chỉ khi:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-a-4}{(2n+1)(2n-1)} > 0,\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow -a-4 > 0 \Leftrightarrow a < -4.$$

Câu 25: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 2,\ n = 2,3.. \end{cases}$ Viết 6 số hạng đầu của dãy

A. $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$

B. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 18, u_5 = 82, u_6 = 244$

C. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 72, u_6 = 244$

D. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 82, u_6 = 244$

Câu 26: Cho dãy số $u_n = -5.2^{n-1} + 3^n + n + 2$, $n = 1,2,...$ Viết 5 số hạng đầu của dãy

A. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 49, u_5 = 170$

B. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 170$

C. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 24, u_4 = 47, u_5 = 170$

D. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 178$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 12, u_4 = 47, u_5 = 170$

Câu 27:

1. Cho dãy số (u_n): $u_n = (1-a)^n + (1+a)^n$,trong đó $a \in (0;1)$ và n là số nguyên dương.

a)Viết công thức truy hồi của dãy số

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a\left[(1+a)^n + (1-a)^n\right] \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$　　**D.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$

b)Xét tính đơn điệu của dãy số

A. Dãy (u_n) là dãy số tăng.　　**B.** Dãy (u_n) là dãy số giảm.

C. Dãy (u_n) là dãy số không tăng, không giảm　　**D.** A, B, C đều sai.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + a\left[(1+a)^n - (1-a)^n\right] \end{cases}$

b) Dãy (u_n) là dãy số tăng.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + \dfrac{1}{2u_{n-1}} - 2,\ n \ge 2 \end{cases}$.

Viết 4 số hạng đầu của dãy và chứng minh rằng $u_n > 0,\ \forall n$

A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{47}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$　　**B.** $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$

C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{19}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$　　**D.** $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{2127}{34}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{2}, u_3 = \frac{17}{6}, u_4 = \frac{227}{34}$.

Ta chứng minh $u_n > 0,\ \forall n$ bằng quy nạp.

Giả sử $u_n > 0$, khi đó: $2u_n + \dfrac{1}{2u_n} \ge 2\sqrt{2u_n.\dfrac{1}{2u_n}} = 2$

Nên $u_{n+1} = u_n + \left(2u_n + \dfrac{1}{2u_n} - 2\right) > u_n > 0$.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi : $\begin{cases} u_0 = 2011 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2}{u_n + 1},\ \forall n = 1, 2, ... \end{cases}$

a) Khẳng định nào sau đây đúng

A. Dãy (u_n) là dãy giảm　　**B.** Dãy (u_n) là dãy tăng

C. Dãy (u_n) là dãy không tăng, không giảm　　**D.** A, B, C đều sai

b) Tìm phần nguyên của u_n với $0 \le n \le 1006$.

A. $[u_n] = 2014 - n$　　**B.** $[u_n] = 2011 - n$　　**C.** $[u_n] = 2013 - n$　　**D.** $[u_n] = 2012 - n$

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n}{u_n+1}<0,\ \forall n$ nên dãy (u_n) là dãy giảm

b) Ta có: $u_n=u_{n-1}-\dfrac{u_{n-1}}{u_{n-1}+1}>u_{n-1}-1>...>u_0-n$

Suy ra: $u_{n-1}>u_0-(n-1)=2012-n$

Mặt khác:

$u_n=(u_n-u_{n-1})+(u_{n-1}-u_{n-2})+...+(u_1-u_0)+u_0$

$=u_0-\left(\dfrac{u_0}{u_0+1}+\dfrac{u_1}{u_1+1}+...+\dfrac{u_{n-1}}{u_{n-1}+1}\right)$

$=u_0-n+\left(\dfrac{1}{u_0+1}+\dfrac{1}{u_1+1}+...+\dfrac{1}{u_{n-1}+1}\right)$

Mà:

$0<\dfrac{1}{u_0+1}+\dfrac{1}{u_1+1}+...+\dfrac{1}{u_{n-1}+1}<\dfrac{n}{u_{n-1}+1}<\dfrac{n}{2013-n}<1$

Với mọi $n=\overline{2,1006}$.

Suy ra $u_n<u_0-n+1=2012-n$

Do đó: $2011-n<u_n<2012-n\Rightarrow[u_n]=2011-n$

với $n=\overline{2,1006}$.

Vì $u_0=2011$ và $u_1=\dfrac{2011^2}{2012}=2010,000497$

nên $[u_0]=2011-0,\ [u_1]=2010=2011-1$

Vậy $[u_n]=2011-n,\ \forall n=\overline{0,1006}$.

Câu 30: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases}u_1=2,u_2=6\\u_{n+2}=u_n+2u_{n+1},\ \forall n=1,2,...\end{cases}$

a) Gọi a,b là hai nghiệm của phương trình $x^2-2x-1=0$. Chứng minh rằng: $u_n=a^n+b^n$

b) Chứng minh rằng: $u_{n+1}^2-u_{n+2}u_n=(-1)^{n-1}.8$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta chứng minh bài toán bằng quy nạp

Với $n=1\Rightarrow u_1=a+b=2$

Giả sử $u_n=a^n+b^n,\ \forall n\le k$

Khi đó: $u_{k+1}=2u_k+u_{k-1}=2\left(a^k+b^k\right)+a^{k-1}+b^{k-1}$

$=(a+b)\left(a^k+b^k\right)+a^{k-1}+b^{k-1}=a^{k+1}+b^{k+1}+ab(a^{k-1}+b^{k-1})+a^{k-1}+b^{k-1}$

$=a^{k+1}+b^{k+1}-(a^{k-1}+b^{k-1})+a^{k-1}+b^{k-1}\ =a^{k+1}+b^{k+1}$.

b) Ta có:

$u_{n+1}^2-u_{n+2}u_n=u_{n+1}^2-\left(2u_{n+1}+u_n\right).u_n$

$=u_{n+1}\left(u_{n+1}-2u_n\right)-u_n^2=-(u_n^2-u_{n+1}u_{n-1})\ =...=(-1)^{n-1}\left(u_2^2-u_3u_1\right)=(-1)^n.8$.

Câu 31: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n):u_n=\dfrac{n+1}{n+2}$

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $u_{n+1}-u_n=\dfrac{n+2}{n+3}-\dfrac{n+1}{n+2}=\dfrac{(n+2)^2-(n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)}$

$=\dfrac{1}{(n+2)(n+3)}>0,\ \forall n$.

Mặt khác: $u_n=1-\dfrac{1}{n+2}\Rightarrow 0<u_n<1,\ \forall n$

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn.

Câu 32: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n):u_n=n^3+2n+1$

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Hướng dẫn giải:

Ta có: $u_{n+1}-u_n=(n+1)^3+2(n+1)-n^3-2n$

$=3n^2+3n+3>0,\ \ \forall n$

Mặt khác: $u_n>1,\ \forall n$ và khi n càng lớn thì u_n càng lớn.

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn dưới.

Câu 33: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n):\begin{cases}u_1=2\\ u_{n+1}=\dfrac{u_n+1}{2},\ \forall n\geq 2\end{cases}$

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Trước hết bằng quy nạp ta chứng minh: $1<u_n\leq 2,\ \forall n$

Điều này đúng với $n=1$, giả sử $1<u_n<2$ ta có:

$1<u_{n+1}=\dfrac{u_n+1}{2}<2$ nên ta có đpcm.

Mà $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1-u_n}{2}<0,\ \forall n$.

Vậy dãy (u_n) là dãy giảm và bị chặn.

Câu 34: Xét tính tăng giảm và bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases}u_1=2,u_2=3\\ u_{n+1}=\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{n-1}},\ \forall n\geq 2\end{cases}$.

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Trước hết ta chứng minh $1 < u_n < 4,\ \forall n$

Điều này hiển nhiên đúng với $n = 1$.

Giả sử $1 < u_n < 4$, ta có: $1 < u_{n+1} = \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{n-1}} < \sqrt{4} + \sqrt{4} = 4$

Ta chứng minh (u_n) là dãy tăng

Ta có: $u_1 < u_2$, giả sử $u_{n-1} < u_n,\ \forall n \le k$.

Khi đó: $\begin{cases} u_k < u_{k-1} \\ u_{k-1} < u_{k-2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k-1}} < \sqrt{u_{k-1}} + \sqrt{u_{k-2}} \Rightarrow u_{k+1} < u_k$

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn.

Câu 35: Cho dãy số $(x_n): \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_n = \dfrac{2n}{(n-1)^2}\sum\limits_{i=1}^{n-1} x_i,\ n = 2,3,... \end{cases}$. Xét dãy số $y_n = x_{n+1} - x_n$. Khẳng định nào đúng về dãy (y_n)

A. Tăng, bị chặn **B.** Giảm, bị chặn **C.** Tăng, chặn dưới **D.** Giảm, chặn trên

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $x_{n+1} = \dfrac{2(n+1)}{n^2}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = \dfrac{2(n+1)}{n^2}\left(x_n + \sum\limits_{i=1}^{n-1} x_i\right)$

$= \dfrac{2(n+1)}{n^2}\left(x_n + \dfrac{(n-1)^2}{2n}x_n\right) = \dfrac{(n+1)(n^2+1)}{n^3}x_n$.

Do đó: $y_n = x_{n+1} - x_n = \dfrac{n^2+n+1}{n^3}x_n$

- Ta chứng minh dãy (y_n) tăng.

Ta có: $y_{n+1} - y_n = \dfrac{(n+1)^2+n+2}{(n+1)^3}.\dfrac{(n+1)(n^2+1)}{n^3}x_n - \dfrac{n^2+n+1}{n^3}x_n$

$= \dfrac{(n^2+3n+3)(n^2+1) - (n^2+n+1)(n^2+2n+1)}{n^3(n+1)^2}x_n$

$= \dfrac{2x_n}{n^3(n+1)^2} > 0,\ \forall n = 1,2,..$

- Ta chứng minh dãy (y_n) bị chặn.

Trước hết ta chứng minh: $x_n \le 4(n-1)$ (1) với $\forall n = 2,3...$

* Với $n = 2$, ta có: $x_2 = 4x_1 = 4$ nên (1) đúng với $n = 2$

* Giả sử (1) đúng với n, tức là: $x_n \le 4(n-1)$, ta có

$$x_{n+1} = \frac{(n+1)(n^2+1)}{n^3}x_n \le \frac{4(n^4-1)}{n^3} < 4n$$

Nên (1) đúng với $n+1$. Theo nguyên lí quy nạp ta suy ra (1) đúng

Ta có: $y_n = \dfrac{n^2+n+1}{n^3}x_n \le \dfrac{4(n-1)(n^2+n+1)}{n^3} = \dfrac{4(n^3-1)}{n^3} < 4$

Vậy bài toán được chứng minh.

Câu 36: Cho dãy số (Un) với $Un=\frac{-n}{n+1}$.Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Năm số hạng đầu của dãy là : $\frac{-1}{2};\frac{-2}{3};\frac{-3}{4};\frac{-5}{5};\frac{-5}{6}$.

B. 5 số số hạng đầu của dãy là : $\frac{-1}{2};\frac{-2}{3};\frac{-3}{4};\frac{-4}{5};\frac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Bị chặn trên bởi số 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Thay n lần lượt bằng $1,2,3,4,5$ ta được 5 số hạng đầu tiên là $\frac{-1}{2};\frac{-2}{3};\frac{-3}{4};\frac{-4}{5};\frac{-5}{6}$.

Câu 37: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{1}{n^2+n}$.Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{1}{2};\frac{1}{6};\frac{1}{12};\frac{1}{20};\frac{1}{30}$;

B. Là dãy số tăng.

C. Bị chặn trên bởi số $M=\frac{1}{2}$.

D. Không bị chặn.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{(n+1)^2+(n+1)}-\frac{1}{n^2+n}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}-\frac{1}{n(n+1)}=\frac{-2}{n(n+1)(n+2)}<0$ với $n\ge 1$.

Do đó (u_n) là dãy giảm.

Câu 38: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\frac{-1}{n}$.Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Năm số hạng đầu của dãy là : $-1;\frac{-1}{2};\frac{-1}{3};\frac{-1}{4};\frac{-1}{5}$.

B. Bị chặn trên bởi số $M=-1$.

C. Bị chặn trên bởi số $M=0$.

D. Là dãy số giảm và bị chặn dưới bởi số m $M=-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Nhận xét : $u_n=\frac{-1}{n}\ge\frac{-1}{1}=-1$.

Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi $M=-1$.

Câu 39: Cho dãy số (u_n) với $u_n=a.3^n$ (a : hằng số).Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Dãy số có $u_{n+1}=a.3^{n+1}$.

B. Hiệu số $u_{n+1}-u_n=3.a$.

C. Với $a>0$ thì dãy số tăng

D. Với $a<0$ thì dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_{n+1}-u_n=a.3^{n+1}-a.3^n=a.3^n(3-1)=2a.3^n$.

Câu 40: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{a-1}{n^2}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Dãy số có $u_{n+1} = \frac{a-1}{n^2+1}$.

B. Dãy số có : $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Là dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{a-1}{n^2}$ (a : hằng số). Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$.

B. Hiệu $u_{n+1} - u_n = (1-a).\frac{2n-1}{(n+1)^2 n^2}$.

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = (a-1).\frac{2n-1}{(n+1)^2 n^2}$.

D. Dãy số tăng khi $a < 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_{n+1} - u_n = (a-1).\left(\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2}\right) = (a-1).\frac{-2n-1}{n^2(n+1)^2} = (1-a).\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a : hằng số). Kết quả nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+2}$.

B. $u_{n+1} - u_n = \frac{a.(n^2+3n+1)}{(n+2)(n+1)}$.

C. Là dãy số luôn tăng với mọi a.

D. Là dãy số tăng với $a > 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Chọn $a = 0$ thì $u_n = 0$,dãy (u_n) không tăng, không giảm.

Câu 43: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{k}{3^n}$ (k : hằng số). Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Số hạng thứ 5 của dãy số là $\frac{k}{3^5}$.

B. Số hạng thứ n của dãy số là $\frac{k}{3^{n+1}}$.

C. Là dãy số giảm khi $k > 0$.

D. Là dãy số tăng khi $k > 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số hạng thứ n của dãy là $u_n = \frac{k}{3^n}$.

Câu 44: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$.

B. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

C. Đây là một dãy số giảm.

D. Bị chặn trên bởi số $M = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Dãy u_n là một dãy đan dấu.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{n-1}$ với $n \in N^*$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $0;1;\sqrt{2};\sqrt{3};\sqrt{5}$. **B.** Số hạng $u_{n+1} = \sqrt{n}$.

C. Là dãy số tăng. **D.** Bị chặn dưới bởi số 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

5 số hạng đầu của dãy là $0;1;\sqrt{2};\sqrt{3};\sqrt{4}$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $-1;1;5;-5;-11;-19$.

B. $u_{n+1} = -n^2 + n + 2$.

C. $u_{n-1} - u_n = 1$.

D. Là một dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có :

$u_{n+1} - u_n = \left[-(n+1)^2 + n + 1 + 1\right] - \left[-n^2 + n + 1\right] = -n^2 - 2n - 1 + n + 2 + n^2 - n - 1 = -2n < 0 \; \forall n \ge 1$ Do đó (u_n) là một dãy giảm.

Câu 46: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{-1}{n^2+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1} = \dfrac{-1}{(n+1)^2 + 1}$. **B.** $u_n > u_{n+1}$.

C. Đây là một dãy số tăng. **D.** Bị chặn dưới.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 47: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sin\dfrac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy: $u_{n+1} = \sin\dfrac{\pi}{n+2}$ **B.** Dãy số bị chặn.

C. Đây là một dãy số tăng. **D.** Dãy số không tăng không giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dãy số không tăng không giảm.

CẤP SỐ CỘNG

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa: *(u_n) là cấp số cộng* $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d, \ \forall n \in N^*$ *(d: công sai)*

2. Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$ *với* $n \geq 2$

3. Tính chất các số hạng: $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ *với* $k \geq 2$

4. Tổng *n* số hạng đầu tiên: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2} = \dfrac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2}$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ CỘNG VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d$ không phụ thuộc vào n và d là công sai.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$.
- Để xác định một cấp số cộng, ta cần xác định số hạng đầu và công sai. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và d.

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Dãy số $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; .....$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$.

B. Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; .....$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2}; n = 3 \end{cases}$.

C. Dãy số : $-2; \ -2; \ -2; \ -2; \ \dots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$.

D. Dãy số: $0,1; \ 0,01; \ 0,001; \ 0,0001; \ \dots$ không phải là một cấp số cộng.

Câu 2: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -\frac{1}{2}; \ d = \frac{1}{2}$. Hãy chọn kết quả **đúng**

A. Dạng khai triển : $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1....$

B. Dạng khai triển : $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}.....$

C. Dạng khai triển : $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; .....$

D. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}.....$

Câu 3. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; \ u_6 = 27$. Tìm d ?

A. $d = 5$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 8$.

Câu 4: Cho một cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; \ u_8 = 26$ Tìm d ?

A. $d = \frac{11}{3}$. **B.** $d = \frac{3}{11}$. **C.** $d = \frac{10}{3}$. **D.** $d = \frac{3}{10}$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1;\ d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là:

A. $1,6$. **B.** 6. **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1;\ d = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 0,6. **B.** Cấp số cộng này không có hai số 0,5 và 0,6.
C. Số hạng thứ 6 của cấp số cộng này là: 0,5 **D.** Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,9.

Câu 7: Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

A. $1,5,6,8$ **B.** $2,4,6,8$ **C.** $1,4,6,9$ **D.** $1,4,7,8$

Câu 8: Cho CSC (u_n) thỏa : $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

1. Xác định công sai và;

A. $d = 2$ **B.** $d = 4$ **C.** $d = 3$ **D.** $d = 5$

2. công thức tổng quát của cấp số

A. $u_n = 3n - 2$ **B.** $u_n = 3n - 4$ **C.** $u_n = 3n - 3$ **D.** $u_n = 3n - 1$

2. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + ... + u_{2011}$.

A. $S = 673015$ **B.** $S = 6734134$ **C.** $S = 673044$ **D.** S = 141

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$.

1. Tính số hạng thứ 100 của cấp số ;

A. $u_{100} = -243$ **B.** $u_{100} = -295$ **C.** $u_{100} = -231$ **D.** $u_{100} = -294$

2. Tính tổng 15 số hạng đầu của cấp số ;

A. $S_{15} = -244$ **B.** $S_{15} = -274$ **C.** $S_{15} = -253$ **D.** $S_{15} = -285$

3. Tính $S = u_4 + u_5 + ... + u_{30}$.

A. $S = -1286$ **B.** $S = -1276$ **C.** $S = -1242$ **D.** $S = -1222$

Câu 10 : Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

1. Xác định công sai?

A. d=3 **B.** d=5 **C.** d=6 **D.** d=4

2. Tính tổng $S = u_5 + u_7 + \ldots + u_{2011}$

A. $S = 3028123$ **B.** $S = 3021233$ **C.** $S = 3028057$ **D.** $S = 3028332$

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với : $u_n = \frac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không phải là cấp số cộng. **B.** Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = \frac{1}{2}n$.

C. Hiệu : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$. **D.** Tổng của 5 số hạng đầu tiên là: $S_5 = 12$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với : $u_n = 2n + 5$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Là cấp số cộng có d = – 2. **B.** Là cấp số cộng có d = 2.

C. Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = 2n + 7$. **D.** Tổng của 4 số hạng đầu tiên là: $S_4 = 40$

Câu 13. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = -3; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. **B.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$. **D.** $u_n = n\left(-3 + \frac{1}{4}(n-1)\right)$.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = \frac{-1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5 = \frac{5}{4}$. **B.** $S_5 = \frac{4}{5}$. **C.** $S_5 = -\frac{5}{4}$. **D.** $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) có d = –2; S_8 = 72. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 16$ **B.** $u_1 = -16$ **C.** $u_1 = \frac{1}{16}$ **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$

Câu 16. Cho dãy số (u_n) có $d = 0,1; S_5 = -0,5$. Tính u_1?

A. $u_1 = 0,3$. **B.** $u_1 = \frac{10}{3}$. **C.** $u_1 = \frac{10}{3}$. **D.** $u_1 = -0,3$.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng?

A. $n = 20$. **B.** $n = 21$. **C.** $n = 22$. **D.** $n = 23$.

Câu 18: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + ... + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$$

A. $S = \frac{9}{246}$ **B.** $S = \frac{4}{23}$ **C.** $S = 123$ **D.** $S = \frac{49}{246}$

Câu 19: Dãy số (u_n) có phải là cấp số cộng không ? Nếu phải hãy xác định số công sai ? Biết:

1. $u_n = 2n + 3$

A. $d = -2$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = 5$ **D.** $d = 2$

2. $u_n = -3n + 1$

A. $d = -2$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

3. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

4. $u_n = \frac{2}{n}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = \frac{1}{2}$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

Câu 20: Xét xem các dãy số sau có phải là cấp số cộng hay không? Nếu phải hãy xác định công sai.

1. $u_n = 3n + 1$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

2. $u_n = 4 - 5n$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -5$ **D.** $d = 1$

3. $u_n = \dfrac{2n+3}{5}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = \dfrac{2}{5}$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

4. $u_n = \dfrac{n+1}{n}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

5. $u_n = \dfrac{n}{2^n}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

6. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,3;\ u_8 = 8$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 2 của cấp số cộng này là: 1,4. **B.** Số hạng thứ 3 của cấp số cộng này là: 2,5.
C. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,6. **D.** Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 7,7.

Câu 22: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. $7;\ 12;\ 17$. **B.** $6;\ 10;14$. **C.** $8;13;18$. **D.** $6;12;18$.

Câu 23: Viết 4 số hạng xen giữa các số $\dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.

A. $\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{6}{3};\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{10}{3};\dfrac{13}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{11}{3};\dfrac{14}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4};\dfrac{7}{4};\dfrac{11}{4};\dfrac{15}{4}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với : $u_n = 7 - 2n$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. 3 số hạng đầu của dãy: $u_1 = 5; u_2 = 3; u_3 = 1$. **B.** Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = 8 - 2n$.

C. Là cấp số cộng có d = – 2. **D.** Số hạng thứ 4: $u_4 = -1$.

Câu 25: Cho dãy số (u_n) có $u_1 = \sqrt{2}; d = \sqrt{2}; S = 21\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S là tổng của 5 số hạng đầu của cấp số cộng.
B. S là tổng của 6 số hạng đầu của cấp số cộng.
C. S là tổng của 7 số hạng đầu của cấp số cộng.
D. S là tổng của 4 số hạng đầu của cấp số cộng.

Câu 26: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công ***sai*** d, $n \geq 2$. ?

A. $u_n = u_1 + d$. **B.** $u_n = u_1 + (n+1)d$ **C.** $u_n = u_1 - (n-1)d$ **D.** $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = 20, d = -3$. **B.** $u_1 = -22, d = 3$. **C.** $u_1 = -21, d = -3$. **D.** $u_1 = -21, d = -3$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. S = 24. **B.** S = –24. **C.** S = 26. **D.** S = –25.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = -35, d = -5$. **B.** $u_1 = -35, d = 5$. **C.** $u_1 = 35, d = -5$ **D.** $u_1 = 35, d = 5$.

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $S_{20} = 200$ **B.** $S_{20} = -200$ **C.** $S_{20} = 250$ **D.** $S_{20} = -25$

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20,\ u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d ?

A. $u_1 = 20; d = 7$. **B.** $u_1 = 20,5; d = 7$. **C.** $u_1 = 20,5; d = -7$. **D.** $u_1 = -20,5; d = -7$.

Câu 32: Cho cấp số cộng: $-2; -5; -8; -11; -14; ....$ Tìm d và tổng của *20* số hạng đầu tiên?

A. $d = 3; S_{20} = 510$. **B.** $d = -3; S_{20} = -610$.

C. $d = -3; S_{20} = 610$. **D.** $d = 3; S_{20} = -610$.

Câu 33: Cho dãy số (u_n) : $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; ...$ Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. (u_n) là một cấp số cộng. **B.** có $d = -1$.

C. Số hạng $u_{20} = 19,5$. **D.** Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}$; $d = -\frac{2}{3}$. **B.** (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}$; $d = \frac{2}{3}$.

C. (u_n) không phải là cấp số cộng. **D.** (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{1}{n+2}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Các số hạng của dãy luôn dương. **B.** là một dãy số giảm dần.

C. là một cấp số cộng. **D.** bị chặn trên bởi M = $\frac{1}{2}$.

Câu 36: Cho dãy số (u_n) (u_n) có $u_n = \frac{2n^2-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3};\ d = \frac{2}{3}$; **B.** Số hạng thứ n+1: $u_{n+1} = \frac{2(n+1)^2-1}{3}$

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{2(2n+1)}{3}$ **D.** Không phải là một cấp số cộng.

Câu 37: Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30^o. Tìm các góc còn lại?

A. 75^o; 120^o; 165^o. **B.** 72^o; 114^o; 156^o. **C.** 70^o; 110^o; 150^o. **D.** 80^o; 110^o; 135^o.

Câu 38: Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng –9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29.

A. $1; 2; 3$ **B.** $-4; -3; -2$ **C.** $-2; -1; 0$ **D.** $-3; -2; -1$

Câu 39: Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết tổng số hạng đầu và cuối là 37, tổng hai số hạng giữa là 36, tìm bốn số đó.

A. $b=15, c=20, d=25, a=12$ **B.** $b=16, c=20, d=25, a=12$

C. $b=15, c=25, d=25, a=12$ **D.** $b=16, c=20, d=25, a=18$

Câu 40: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7-u_3=8 \\ u_2.u_7=75 \end{cases}$. Tìm u_1, d ?

A. $\begin{cases} d=2 \\ u_1=2, u_1=-17 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} d=2 \\ u_1=3, u_1=-7 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} d=2 \\ u_1=-3, u_1=-17 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} d=2 \\ u_1=3, u_1=-17 \end{cases}$

Câu 41: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d>0$; $\begin{cases} u_{31}+u_{34}=11 \\ u_{31}^2+u_{34}^2=101 \end{cases}$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

A. $u_n=3n-9$ **B.** $u_n=3n-2$ **C.** $u_n=3n-92$ **D.** $u_n=3n-66$

Câu 42: Cho tam giác *ABC* biết *3* góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25^o. Tìm *2* góc còn lại?

A. 65^o ; 90^o. **B.** 75^o ; 80^o. **C.** 60^o ; 95^o. **D.** 60^o ; 90^o.

Câu 43: Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C=5A$. Xác định số đo các góc A, B, C.

A. $\begin{cases} A=10^0 \\ B=120^0 \\ C=50^0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} A=15^0 \\ B=105^0 \\ C=60^0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} A=5^0 \\ B=60^0 \\ C=25^0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} A=20^0 \\ B=60^0 \\ C=100^0 \end{cases}$

Câu 44: Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và $\sin A+\sin B+\sin C=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ tính các góc của tam giác

A. $30^0, 60^0, 90^0$ **B.** $20^0, 60^0, 100^0$ **C.** $10^0, 50^0, 120^0$ **D.** $40^0, 60^0, 80^0$

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:
- a,b,c theo thứ tự đó lập thành CSC $\Leftrightarrow a+c=2b$

Câu 1: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+c^2=2ab+2bc$. **B.** $a^2-c^2=2ab-2bc$.
C. $a^2+c^2=2ab-2bc$. **D.** $a^2-c^2=ab-bc$.

Câu 2: Cho a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+c^2=2ab+2bc+2ac$. **B.** $a^2-c^2=2ab+2bc-2ac$.
C. $a^2+c^2=2ab+2bc-2ac$. **D.** $a^2-c^2=2ab-2bc+2ac$.

Câu 3: Cho a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng ?

A. $2b^2,a,c^2$. **B.** $-2b,-2a,-2c$. **C.** $2b,a,c$. **D.** $2b,-a,-c$.

Câu 4: Xác định x để 3 số : $1-x;x^2;1+x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=\pm 2$.
C. $x=\pm 1$. **D.** $x=0$.

Câu 5: Xác định x để 3 số :$1+2x;2x^2-1;-2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. $x=\pm 3$. **B.** $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** Không có giá trị nào của x.

Câu 6: Xác định a để 3 số : $1+3a;a^2+5;1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a . **B.** $a=0$.
C. $a=\pm 1$ **D.** $a=\pm\sqrt{2}$.

Câu 7: Tìm x biết :

1. $x^2+1,x-2,1-3x$ lập thành cấp số cộng ;

A. $x=4,x=3$ **B.** $x=2,x=3$ **C.** $x=2,x=5$ **D.** $x=2,x=1$

Câu 8: Cho các số $5x-y,\ 2x+3y,\ x+2y$ lập thành cấp số cộng ; các số $(y+1)^2,xy+1,(x-1)^2$ lập thành cấp số nhân.Tính x,y

A. $(x;y)=(0;0);\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$ **B.** $(x;y)=(0;0);\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$
C. $(x;y)=(1;0);\left(\frac{11}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$ **D.** $(x;y)=(0;1);\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{13}{4};-\frac{13}{10}\right)$

Câu 9: Tìm x,y biết: Các số $x+5y,5x+2y,8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y-1)^2,xy-1,(x+1)^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x;y)=\left(-\sqrt{3};\frac{3}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **B.** $(x;y)=\left(\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
C. $(x;y)=\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **D.** $(x;y)=\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Câu 10: Tìm x, y biết: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **B.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{1}{8};\frac{1}{8}\right)$

C. $(x;y)=(3;1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **D.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{12}{8};\frac{1}{8}\right)$

Câu 11: Xác định a, b để phương trình $x^3+ax+b=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $b=0, a<0$ **B.** $b=0, a=1$ **C.** $b=0, a>0$ **D.** $b>0, a<0$

Câu 12: Tìm m để phương trình: $mx^4-2(m-1)x^2+m-1=0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=-\frac{9}{16}$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-\frac{7}{16}$ **D.** $m=-\frac{9}{12}$

Câu 13: Tìm m để phương trình: $x^3-3mx^2+4mx+m-2=0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân

A. $\left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{27} \\ m=0 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=\frac{10}{7} \\ m=0 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-\frac{10}{27} \\ m=0 \end{array}\right.$

Câu 14: Xác định m để:

1. Phương trình $x^3-3x^2-9x+m=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=16$ **B.** $m=11$ **C.** $m=13$ **D.** $m=12$

2. Phương trình $x^4-2(m+1)x^2+2m+1=0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=2$ hoặc $m=-\frac{4}{9}$ **B.** $m=4$ hoặc $m=-\frac{4}{9}$

C. $m=4$ hoặc $m=-2$ **D.** $m=3$ hoặc $m=-1$

C– HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ CỘNG VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d$ không phụ thuộc vào n và d là công sai.
- Ba số a,b,c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a+c=2b$.
- Để xác định một cấp số cộng, ta cần xác định số hạng đầu và công sai. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và d.

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Dãy số $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};.....$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$.

B. Dãy số $\frac{1}{2};\frac{1}{2^2};\frac{1}{2^3};.....$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2}; n = 3 \end{cases}$.

C. Dãy số : $-2;\ -2;\ -2;\ -2;\ \ldots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$.

D. Dãy số: $0,1;\ 0,01;\ 0,001;\ 0,0001;\ \ldots$ không phải là một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dãy số $\frac{1}{2};\frac{1}{2^2};\frac{1}{2^3};.....$ không phải cấp số cộng do $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_2 = 1$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -\frac{1}{2};\ d = \frac{1}{2}$. Hãy chọn kết quả **đúng**

A. Dạng khai triển : $-\frac{1}{2};0;1;\frac{1}{2};1....$

B. Dạng khai triển : $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}.....$

C. Dạng khai triển : $\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};2;\frac{5}{2};.....$

D. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}.....$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 3. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3;\ u_6 = 27$. Tìm d ?

A. $d = 5$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 8$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_6 = 27 \Leftrightarrow u_1 + 5d = 27 \Leftrightarrow -3 + 5d = 27 \Leftrightarrow d = 6$

Câu 4: Cho một cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3};\ u_8 = 26$ Tìm d ?

A. $d=\frac{11}{3}$.   **B.** $d=\frac{3}{11}$.   **C.** $d=\frac{10}{3}$.   **D.** $d=\frac{3}{10}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_8=26\Leftrightarrow u_1+7d=26\Leftrightarrow \frac{1}{3}+7d=26\Leftrightarrow d=\frac{11}{3}$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1=-0,1;\ d=0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là:

A. $1,6$.   **B.** 6.   **C.** $0,5$.   **D.** $0,6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n=u_1+(n-1).0,1\Rightarrow u_7=-0,1+(7-1).0,1=\frac{1}{2}$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1=-0,1;\ d=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 0,6.   **B.** Cấp số cộng này không có hai số 0,5 và 0,6.

C. Số hạng thứ 6 của cấp số cộng này là: 0,5   **D.** Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,9.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n=-0,1+(n-1).1=n-\frac{11}{10}$.

Giả sử tồn tại $k\in\mathbb{N}^*$ sao cho $u_k=0,5\Leftrightarrow k-\frac{11}{10}=0,5\Leftrightarrow k=\frac{8}{5}$(loại). Tương tự số 0,6

Câu 7: Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

A. $1,5,6,8$ **B.** $2,4,6,8$ **C.** $1,4,6,9$ **D.** $1,4,7,8$

Hướng dẫn giải:

Giả sử bốn số hạng đó là $a-3x;a-x;a+x;a+3x$ với công sai là $d=2x$.Khi đó, ta có:

$$\begin{cases}(a-3x)+(a-x)+(a+x)+(a+3x)=20\\(a-3x)^2+(a-x)^2+(a+x)^2+(a+3x)^2=120\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4a=20\\4a^2+20x^2=120\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\x=\pm1\end{cases}$$

Vậy bốn số cần tìm là $2,4,6,8$.

Chú ý:

* Cách gọi các số hạng của cấp số cộng như trên giúp ta giải quyết bài toán gọn hơn.

* Nếu số hạng cấp số cộng là lẻ thì gọi công sai $d=x$, là chẵn thì gọi công sai $d=2x$ rồi viết các số hạng cấp số dưới dạng đối xứng.

* Nếu cấp số cộng (a_n) thỏa: $\begin{cases}a_1+a_2+...+a_n=p\\a_1^2+a_2^2+...+a_n^2=s^2\end{cases}$ thì:

$$a_1=\frac{1}{n}\left[p-\frac{n(n-1)}{2}.d\right]\text{ và } d=\pm\sqrt{\frac{12(ns^2-p^2)}{n^2(n^2-1)}}.$$

Câu 8: Cho CSC (u_n) thỏa : $\begin{cases}u_2-u_3+u_5=10\\u_4+u_6=26\end{cases}$

1. Xác định công sai và;

A. $d=2$ **B.** $d=4$ **C.** $d=3$ **D.** $d=5$

2. công thức tổng quát của cấp số

A. $u_n=3n-2$ **B.** $u_n=3n-4$ **C.** $u_n=3n-3$ **D.** $u_n=3n-1$

2. Tính $S=u_1+u_4+u_7+...+u_{2011}$.

A. $S=673015$ **B.** $S=6734134$ **C.** $S=673044$ **D.** S = 141

Hướng dẫn giải:

Gọi d là công sai của CSC, ta có:

$$\begin{cases}(u_1+d)-(u_1+2d)+(u_1+4d)=10\\(u_1+3d)+(u_1+5d)=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+3d=10\\u_1+4d=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=1\\d=3\end{cases}$$

1. Ta có công sai $d=3$ và số hạng tổng quát : $u_n=u_1+(n-1)d=3n-2$.

2. Ta có các số hạng $u_1,u_4,u_7,...,u_{2011}$ lập thành một CSC gồm 670 số hạng với công sai $d'=3d$, nên ta có: $S=\frac{670}{2}\left(2u_1+669d'\right)=673015$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa: $\begin{cases}u_5+3u_3-u_2=-21\\3u_7-2u_4=-34\end{cases}$.

1. Tính số hạng thứ 100 của cấp số ;

A. $u_{100}=-243$ **B.** $u_{100}=-295$ **C.** $u_{100}=-231$ **D.** $u_{100}=-294$

2. Tính tổng 15 số hạng đầu của cấp số ;

A. $S_{15}=-244$ **B.** $S_{15}=-274$ **C.** $S_{15}=-253$ **D.** $S_{15}=-285$

3. Tính $S=u_4+u_5+...+u_{30}$.

A. $S=-1286$ **B.** $S=-1276$ **C.** $S=-1242$ **D.** $S=-1222$

Hướng dẫn giải:

Từ giả thiết bài toán, ta có: $\begin{cases}u_1+4d+3(u_1+2d)-(u_1+d)=-21\\3(u_1+6d)-2(u_1+3d)=-34\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+3d=-7\\u_1+12d=-34\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=2\\d=-3\end{cases}$.

1. Số hạng thứ 100 của cấp số: $u_{100}=u_1+99d=-295$

2. Tổng của 15 số hạng đầu: $S_{15}=\frac{15}{2}\left[2u_1+14d\right]=-285$

3. Ta có: $S=u_4+u_5+...+u_{30}=\frac{27}{2}\left[2u_4+26d\right]$

$=27\left(u_1+16d\right)=-1242$.

Chú ý: Ta có thể tính S theo cách sau:

$$S=S_{30}-S_3=15\left(2u_1+29d\right)-\frac{3}{2}\left(2u_1+2d\right)=-1242.$$

Câu 10 : Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_2-u_3+u_5=10\\u_4+u_6=26\end{cases}$

1. Xác định công sai?

A. d=3 **B.** d=5 **C.** d=6 **D.** d=4

2. Tính tổng $S = u_5 + u_7 + \ldots + u_{2011}$

A. $S = 3028123$ **B.** $S = 3021233$ **C.** $S = 3028057$ **D.** $S = 3028332$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $\begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases}$

$\Leftrightarrow u_1 = 1, d = 3; u_5 = u_1 + 4d = 1 + 12 = 13$

2. Ta có $u_5, u_7, ..., u_{2011}$ lập thành CSC với công sai $d = 6$ và có 1003 số hạng nên

$S = \frac{1003}{2}(2u_5 + 1002.6) = 3028057$.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với : $u_n = \frac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không phải là cấp số cộng. **B.** Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = \frac{1}{2}n$.

C. Hiệu : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$. **D.** Tổng của 5 số hạng đầu tiên là: $S_5 = 12$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_{n+1} = \frac{1}{2}(n+1) + 1 = \frac{1}{2}n + 1 + \frac{1}{2} = u_n + \frac{1}{2} \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Đáp án C đúng.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với : $u_n = 2n + 5$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Là cấp số cộng có d = – 2. **B.** Là cấp số cộng có d = 2.

C. Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = 2n + 7$. **D.** Tổng của 4 số hạng đầu tiên là: $S_4 = 40$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương pháp loại trừ: A hoặc B sai.

Thật vậy $u_{n+1} = 2(n+1) + 5 = 2n + 5 + 2 = u_n + 2 \ \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ đáp án A sai.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = -3; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. **B.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$. **D.** $u_n = n\left(-3 + \frac{1}{4}(n-1)\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sử dụng công thức SHTQ $u_n = u_1 + (n-1)d \ \ (\forall n \geq 2)$. Ta có: $u_n = -3 + (n-1)\frac{1}{2}$

Câu 14. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = \frac{-1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5 = \frac{5}{4}$. **B.** $S_5 = \frac{4}{5}$. **C.** $S_5 = -\frac{5}{4}$. **D.** $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn C.

Sử dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2} = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$, $n \in \mathbb{N}^*$

Tính được: $S_5 = -\frac{5}{4}$

Câu 15. Cho dãy số (u_n) có d = –2; S_8 = 72. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 16$ **B.** $u_1 = -16$ **C.** $u_1 = \frac{1}{16}$ **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} S_n = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2} \\ d = \dfrac{u_n - u_1}{n-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_8 = 2S_8 : 8 \\ u_8 - u_1 = 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_8 + u_1 = 18 \\ u_8 - u_1 = -14 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 16.$

Câu 16. Cho dãy số (u_n) có $d = 0,1; S_5 = -0,5.$ Tính u_1?

A. $u_1 = 0,3.$ **B.** $u_1 = \frac{10}{3}$. **C.** $u_1 = \frac{10}{3}$. **D.** $u_1 = -0,3.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có : $\begin{cases} u_n - u_1 = (n-1)d \\ u_n + u_1 = \dfrac{2S_n}{n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_5 - u_1 = 4.0,1 \\ u_5 + u_1 = -0,25 \end{cases} \Rightarrow u_1 = -0,3$. Suy ra chọn đáp án D.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483.$ Tính số các số hạng của cấp số cộng?

A. $n = 20$. **B.** $n = 21$. **C.** $n = 22$. **D.** $n = 23$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2} \Leftrightarrow 2.483 = n.(2.-1 + (n-1).2) \Leftrightarrow n^2 - 2n - 483 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 23 \\ n = -21 \end{array}\right.$

Do $n \in N^* \Rightarrow n = 23$.

Câu 18: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850 . Tính

$S = \frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + ... + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$

A. $S = \frac{9}{246}$ **B.** $S = \frac{4}{23}$ **C.** $S = 123$ **D.** $S = \frac{49}{246}$

Hướng dẫn giải:

Gọi d là công sai của cấp số đã cho

Ta có: $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5$

$\Rightarrow 5S = \frac{5}{u_1u_2} + \frac{5}{u_2u_3} + ... + \frac{5}{u_{49}u_{50}}$

$= \dfrac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \dfrac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + ... + \dfrac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}}$

$= \dfrac{1}{u_1} - \dfrac{1}{u_2} + \dfrac{1}{u_2} - \dfrac{1}{u_3} + ... + \dfrac{1}{u_{48}} - \dfrac{1}{u_{49}} + \dfrac{1}{u_{49}} - \dfrac{1}{u_{50}}$

$= \dfrac{1}{u_1} - \dfrac{1}{u_{50}} = \dfrac{1}{u_1} - \dfrac{1}{u_1 + 49d} = \dfrac{245}{246}$

$\Rightarrow S = \dfrac{49}{246}$.

Câu 19: Dãy số (u_n) có phải là cấp số cộng không ? Nếu phải hãy xác định số công sai ? Biết:

1. $u_n = 2n + 3$

A. $d = -2$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = 5$ **D.** $d = 2$

2. $u_n = -3n + 1$

A. $d = -2$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

3. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

4. $u_n = \dfrac{2}{n}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = \dfrac{1}{2}$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 3 - (2n+3) = 2$ là hằng số

Suy ra dãy (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$.

2. Ta có: $u_{n+1} - u_n = -3(n+1) + 1 - (-3n+1) = -3$ là hằng số

Suy ra dãy (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -3$.

3. Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 1 - (n^2 + 1) = 2n + 1$ phụ thuộc vào n. Suy ra dãy (u_n) không phải là cấp số cộng.

4. Ta có: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2}{n+1} - \dfrac{2}{n} = \dfrac{-2}{n(n+1)}$ phụ thuộc vào n

Vậy dãy (u_n) không phải là cấp số cộng.

Câu 20: Xét xem các dãy số sau có phải là cấp số cộng hay không? Nếu phải hãy xác định công sai.

1. $u_n = 3n + 1$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

2. $u_n = 4 - 5n$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -5$ **D.** $d = 1$

3. $u_n = \dfrac{2n+3}{5}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = \frac{2}{5}$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

4. $u_n = \frac{n+1}{n}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

5. $u_n = \frac{n}{2^n}$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

6. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \varnothing$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = -3$ **D.** $d = 1$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 1 - 3n - 1 = 3$

Dãy (u_n) là CSC có công sai $d = 3$.

2. Ta có: $u_{n+1} - u_n = -5$

Dãy (u_n) là CSC có công sai $d = -5$

3. Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{5}$. Dãy (u_n) là CSC có công sai $d = \frac{2}{5}$

4. Ta có: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow (u_n)$ không là CSC

5. Tương tự ý 4 dãy (u_n) không là CSC

6. Tương tự ý 4 dãy (u_n) không là CS**C.**

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,3$; $u_8 = 8$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 2 của cấp số cộng này là: 1,4. **B.** Số hạng thứ 3 của cấp số cộng này là: 2,5.

C. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,6. **D.** Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 7,7.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $u_8 = 8 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 8 \Leftrightarrow 0,3 + 7d = 8 \Leftrightarrow d = \frac{11}{10}$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = 0,3 + \frac{11}{10}(n-1) \Rightarrow u_7 = 6,9$

Câu 22: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. $7;\ 12;\ 17$. **B.** $6;\ 10;14$. **C.** $8;13;18$. **D.** $6;12;18$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Khi đó $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow 22 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2 + 5 = 7 \\ u_3 = 7 + 5 = 12 \\ u_4 = 12 + 5 = 17 \end{cases}$

Câu 23: Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.

A. $\frac{4}{3};\frac{5}{3};\frac{6}{3};\frac{7}{3}$.   **B.** $\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{10}{3};\frac{13}{3}$.   **C.** $\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{11}{3};\frac{14}{3}$.   **D.** $\frac{3}{4};\frac{7}{4};\frac{11}{4};\frac{15}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_6 = \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow u_1 + 5d = \frac{16}{3} \Leftrightarrow d = 1 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}; u_3 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3} \\ u_4 = \frac{10}{3}; u_5 = \frac{13}{3} \end{cases}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với : $u_n = 7 - 2n$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. 3 số hạng đầu của dãy: $u_1 = 5; u_2 = 3; u_3 = 1$.   **B.** Số hạng thứ n + 1: $u_{n+1} = 8 - 2n$.

C. Là cấp số cộng có d = – 2.   **D.** Số hạng thứ 4: $u_4 = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Thay $n = 1;2;3;4$ đáp án A, D đúng

$u_{n+1} = 7 - 2(n+1) = 5 - 2n = 7 - 2n + (-2) = u_n + (-2) \forall n \in \mathbb{N}^*$. suy ra đáp án B sai

Câu 25: Cho dãy số (u_n) có $u_1 = \sqrt{2}; d = \sqrt{2}; S = 21\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S là tổng của 5 số hạng đầu của cấp số cộng.
B. S là tổng của 6 số hạng đầu của cấp số cộng.
C. S là tổng của 7 số hạng đầu của cấp số cộng.
D. S là tổng của 4 số hạng đầu của cấp số cộng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2} \Leftrightarrow 2.21\sqrt{2} = n.\left(2.\sqrt{2} + (n-1).\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow n^2 + n - 21 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 6 \\ n = -7 \end{array}\right.$

Do $n \in N^* \Rightarrow n = 6$. Suy ra chọn đáp án B.

Câu 26: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công ***sai*** d, $n \geq 2$. ?

A. $u_n = u_1 + d$.   **B.** $u_n = u_1 + (n+1)d$ **C.** $u_n = u_1 - (n-1)d$ **D.** $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Công thức số hạng tổng quát : $u_n = u_1 + (n-1)d$**,** $n \geq 2$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u₁, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = 20, d = -3$.   **B.** $u_1 = -22, d = 3$.   **C.** $u_1 = -21, d = -3$.   **D.** $u_1 = -21, d = -3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{14} = u_1 + 13d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases}$. Suy ra chọn đáp án C

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. S = 24.   **B.** S = –24.   **C.** S = 26.   **D.** S = –25.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng kết quả bài 17. Tính được $S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2} \Rightarrow S_{16} = \frac{16\left[2.(-21)+15.3\right]}{2} = 24$.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tìm u₁, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = -35, d = -5$. **B.** $u_1 = -35, d = 5$. **C.** $u_1 = 35, d = -5$ **D.** $u_1 = 35, d = 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $\begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_{20} = u_1 + 19d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ u_1 = -35 \end{cases}$

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $S_{20} = 200$ **B.** $S_{20} = -200$ **C.** $S_{20} = 250$ **D.** $S_{20} = -25$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sử dụng kết quả bài 17. Tính được $S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2} \Rightarrow S_{20} = \frac{20\left[2.(-35)+19.5\right]}{2} = 250$.

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20,\ u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d ?

A. $u_1 = 20; d = 7$. **B.** $u_1 = 20,5; d = 7$. **C.** $u_1 = 20,5; d = -7$. **D.** $u_1 = -20,5; d = -7$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$ ta có $\begin{cases} 2u_1 + 3d = 20 \\ 2u_1 + 10d = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 20,5 \\ d = -7 \end{cases}$.

Câu 32: Cho cấp số cộng: $-2; -5; -8; -11; -14; \ldots\ldots$ Tìm d và tổng của *20* số hạng đầu tiên?

A. $d = 3; S_{20} = 510$. **B.** $d = -3; S_{20} = -610$.

C. $d = -3; S_{20} = 610$. **D.** $d = 3; S_{20} = -610$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $-5 = -2 + (-3); -8 = -5 + (-3); -11 = -8 + (-3); -14 = -11 + (-3); \ldots$ nên $d = -3$.

Áp dụng công thức $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$, ta có $S_{20} = -610$.

Câu 33: Cho dãy số (u_n) : $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; \ldots$ Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. (u_n) là một cấp số cộng. **B.** có $d = -1$.

C. Số hạng $u_{20} = 19,5$. **D.** Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $-\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + (-1);\ -\frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + (-1);\ -\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + (-1); \ldots$. Vậy dãy số trên là cấp số cộng với công sai $d = -1$.

Ta có $u_{20} = u_1 + 19d = -18,5$.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3};\ d = -\frac{2}{3}$. **B.** (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3};\ d = \frac{2}{3}$.

C. (u_n) không phải là cấp số cộng. **D.** (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_{n+1}-u_n=\frac{2(n+1)-1}{3}-\frac{2n-1}{3}=\frac{2}{3}$ và $u_1=\frac{1}{3}$.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) có $u_n=\frac{1}{n+2}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Các số hạng của dãy luôn dương. **B.** là một dãy số giảm dần.

C. là một cấp số cộng. **D.** bị chặn trên bởi $M=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $u_1=\frac{1}{3}$; $u_2=\frac{1}{4}$; $u_3=\frac{1}{5}$. $u_2-u_1\neq u_3-u_2$ nên dãy số không phải là cấp số cộng.

Câu 36: Cho dãy số (u_n) (u_n) có $u_n=\frac{2n^2-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Là cấp số cộng có $u_1=\frac{1}{3}$; $d=\frac{2}{3}$; **B.** Số hạng thứ n+1: $u_{n+1}=\frac{2(n+1)^2-1}{3}$

C. Hiệu $u_{n+1}-u_n=\frac{2(2n+1)}{3}$ **D.** Không phải là một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $u_{n+1}-u_n=\frac{2(n+1)^2-1}{3}-\frac{2n^2-1}{3}=\frac{2(2n+1)}{3}$. Vậy dãy số trên không phải cấp số cộng.

Câu 37: Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30^o. Tìm các góc còn lại?

A. 75^o; 120^o; 165^o. **B.** 72^o; 114^o; 156^o. **C.** 70^o; 110^o; 150^o. **D.** 80^o; 110^o; 135^o.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_1+u_2+u_3+u_4=360\Leftrightarrow 30+30+d+30+2d+30+3d=360\Leftrightarrow d=40$.

Vậy $u_2=70$; $u_3=110$; $u_4=150$.

Câu 38: Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29.

A. $1;2;3$ **B.** $-4;-3;-2$ **C.** $-2;-1;0$ **D.** $-3;-2;-1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi ba số hạng của CSC là $a-2x;a;a+2x$ với $d=2x$

Ta có: $\begin{cases}a-2x+a+a+2x=-9\\(a-2x)^2+a^2+(a+2x)^2=29\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\x=\pm\frac{1}{2}\end{cases}$.

Câu 39: Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết tổng số hạng đầu và cuối là 37, tổng hai số hạng giữa là 36, tìm bốn số đó.

A. $b=15,c=20,d=25,a=12$ **B.** $b=16,c=20,d=25,a=12$

C. $b=15, c=25, d=25, a=12$ **D.** $b=16, c=20, d=25, a=18$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi bốn số đó là a,b,c,d ta có hệ : $\begin{cases} a+d=37 \\ c+b=36 \\ a+c=2b \\ bd=c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=37-d \\ c=36-b \\ d=73-3b \\ b(73-3b)=(36-b)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow b=16, c=20, d=25, a=12$.

Câu 40: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7-u_3=8 \\ u_2.u_7=75 \end{cases}$. Tìm u_1, d ?

A. $\begin{cases} d=2 \\ u_1=2, u_1=-17 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} d=2 \\ u_1=3, u_1=-7 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} d=2 \\ u_1=-3, u_1=-17 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} d=2 \\ u_1=3, u_1=-17 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} u_1+6d-u_1-2d=8 \\ (u_1+d)(u_1+6d)=75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ u_1=3, u_1=-17 \end{cases}$

Câu 41: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d>0$; $\begin{cases} u_{31}+u_{34}=11 \\ u_{31}^2+u_{34}^2=101 \end{cases}$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

A. $u_n=3n-9$ **B.** $u_n=3n-2$ **C.** $u_n=3n-92$ **D.** $u_n=3n-66$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} 2u_1+63d=11 \\ (u_1+30d)^2+(u_1+33d)^2=101 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=-89 \\ d=3 \end{cases}$

Vậy $u_n=3(n-1)-89=3n-92$.

Câu 42: Cho tam giác *ABC* biết *3* góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25^o. Tìm *2* góc còn lại?

A. 65^o ; 90^o. **B.** 75^o ; 80^o. **C.** 60^o ; 95^o. **D.** 60^o ; 90^o.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có : $u_1+u_2+u_3=180 \Leftrightarrow 25+25+d+25+2d=180 \Leftrightarrow d=35$.

Vậy $u_2=60$; $u_3=90$.

Câu 43: Tam giác ABC có ba góc A,B,C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C=5A$. Xác định số đo các góc A,B,C.

A. $\begin{cases} A=10^0 \\ B=120^0 \\ C=50^0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} A=15^0 \\ B=105^0 \\ C=60^0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} A=5^0 \\ B=60^0 \\ C=25^0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} A=20^0 \\ B=60^0 \\ C=100^0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Từ giả thiết bài toán ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} A+B+C=180^0 \\ A+C=2B \\ C=5A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=5A \\ B=3A \\ 9A=180^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=20^0 \\ B=60^0 \\ C=100^0 \end{cases}.$$

Câu 44: Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và $\sin A+\sin B+\sin C=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ tính các góc của tam giác

A. $30^0,60^0,90^0$ **B.** $20^0,60^0,100^0$ **C.** $10^0,50^0,120^0$ **D.** $40^0,60^0,80^0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ba góc của tam giác: $30^0,60^0,90^0$

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- a,b,c theo thứ tự đó lập thành CSC $\Leftrightarrow a+c=2b$

Câu 1: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+c^2=2ab+2bc$. **B.** $a^2-c^2=2ab-2bc$.

C. $a^2+c^2=2ab-2bc$. **D.** $a^2-c^2=ab-bc$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi:

$b-a=c-b\Leftrightarrow(b-a)^2=(c-b)^2\Leftrightarrow a^2-c^2=2ab-2bc$.

Suy ra chọn đáp án B.

Câu 2: Cho a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2+c^2=2ab+2bc+2ac$. **B.** $a^2-c^2=2ab+2bc-2ac$.

C. $a^2+c^2=2ab+2bc-2ac$. **D.** $a^2-c^2=2ab-2bc+2ac$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$b-a=c-b\Leftrightarrow(b-a)^2=(c-b)^2\Leftrightarrow a^2-c^2=2ab-2bc$

$\Leftrightarrow a^2+c^2=2c^2+2ab-2bc=2ab+2c(c-b)$

$=2ab+2c(b-a)=2ab+2bc-2ac$

Câu 3: Cho a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng ?

A. $2b^2,a,c^2$. **B.** $-2b,-2a,-2c$. **C.** $2b,a,c$. **D.** $2b,-a,-c$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $a+c=2b$

$\Leftrightarrow -2(b+c)=-2.2a\Leftrightarrow(-2b)+(-2c)=2(-2a)$

$\Leftrightarrow -2b,-2a,-2c$ lập thành một cấp số cộng

Câu 4: Xác định x để 3 số : $1-x;x^2;1+x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=\pm2$.

C. $x=\pm1$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải: **:**

Chọn C.

Ba số : $1-x;x^2;1+x$ lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $x^2-(1-x)=1+x-x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2=2\Leftrightarrow x=\pm1$ suy ra chọn đáp án C.

Câu 5: Xác định x để 3 số :$1+2x;2x^2-1;-2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. $x=\pm3$. **B.** $x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** Không có giá trị nào của x.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ba số : $1+2x; 2x^2-1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$2x^2-1-1-2x=-2x-2x^2+1$

$\Leftrightarrow 4x^2=3 \Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra chọn đáp án B.

Câu 6: Xác định a để 3 số : $1+3a; a^2+5; 1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a .
B. $a=0$.
C. $a=\pm 1$
D. $a=\pm\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ba số : $1+3a; a^2+5; 1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$a^2+5-(1+3a)=1-a-(a^2+5)$

$\Leftrightarrow a^2-3a+4=-a^2-a-4 \Leftrightarrow a^2-a+4=0$. PT vô nghiệm

Suy ra chọn đáp án A.

Câu 7: Tìm x biết :

1. $x^2+1, x-2, 1-3x$ lập thành cấp số cộng ;

A. $x=4, x=3$
B. $x=2, x=3$
C. $x=2, x=5$
D. $x=2, x=1$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $x^2+1, x-2, 1-3x$ lập thành cấp số cộng

$\Leftrightarrow x^2+1+1-3x=2(x-2) \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow x=2; x=3$

Vậy $x=2, x=3$ là những giá trị cần tìm.

Câu 8: Cho các số $5x-y,\ 2x+3y,\ x+2y$ lập thành cấp số cộng ; các số $(y+1)^2, xy+1, (x-1)^2$ lập thành cấp số nhân.Tính x, y

A. $(x;y)=(0;0);\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$
B. $(x;y)=(0;0);\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$
C. $(x;y)=(1;0);\left(\frac{11}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$
D. $(x;y)=(0;1);\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{13}{4};-\frac{13}{10}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có các số $5x-y,\ 2x+3y,\ x+2y$ lập thành CSC nên suy ra $2(2x+3y)=5x-y+x+2y$ hay $2x=5y$ (1)

Các số $(y+1)^2, xy+1, (x-1)^2$ lập thành CSN suy ra

$(xy+1)^2=(y+1)^2(x-1)^2 \Leftrightarrow (4+2y-2x)(4xy+2x-2y)=0$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được : $(4+2y-5y)(10y^2+5y-2y)=0$

$\Leftrightarrow y(4-3y)(10y+3)=0 \Leftrightarrow y=0, y=\frac{4}{3}, y=-\frac{3}{10}$.

Vậy $(x;y)=(0;0);\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right);\left(-\frac{3}{4};-\frac{3}{10}\right)$.

Câu 9: Tìm x, y biết: Các số $x+5y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y-1)^2, xy-1, (x+1)^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x;y)=\left(-\sqrt{3};\frac{3}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **B.** $(x;y)=\left(\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $(x;y)=\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **D.** $(x;y)=\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có hệ: $\begin{cases} x+5y+8x+y=2(5x+2y) \\ (x+1)^2(y-1)^2=(xy-1)^2 \end{cases}$ giải hệ này ta tìm được

$(x;y)=\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right);\left(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 10: Tìm x, y biết: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **B.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{1}{8};\frac{1}{8}\right)$

C. $(x;y)=(3;1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **D.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{12}{8};\frac{1}{8}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có hệ: $\begin{cases} x+6y+8x+y=2(5x+2y) \\ (x+\frac{5}{3}y)(2x-3y)=(y-1)^2 \end{cases}$ giải hệ này ta tìm được

$(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$.

Câu 11: Xác định a, b để phương trình $x^3+ax+b=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $b=0, a<0$ **B.** $b=0, a=1$ **C.** $b=0, a>0$ **D.** $b>0, a<0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đáp số: $b=0, a<0$. Khi đó phương trình có ba nghiệm lập thành CSC là $x=0, x=\pm\sqrt{-a}$.

Câu 12: Tìm m để phương trình: $mx^4-2(m-1)x^2+m-1=0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=-\frac{9}{16}$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-\frac{7}{16}$ **D.** $m=-\frac{9}{12}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đáp số : $m=-\frac{9}{16}$

Câu 13: Tìm m để phương trình: $x^3-3mx^2+4mx+m-2=0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân

A. $\left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{27} \\ m=0 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=\frac{10}{7} \\ m=0 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-\frac{10}{27} \\ m=0 \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Giả sử phương trình có ba nghiệm a,b,c lập thành CSN

Suy ra $\begin{cases} abc=2-m \\ b^2=ac \end{cases} \Rightarrow m=2-b^3$ thay vào phương trình ta có

$$(3b-4)(b^3-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{4}{3} \Rightarrow m=-\frac{10}{27} \\ b=\sqrt[3]{2} \Rightarrow m=0 \end{array}\right.$$

Thay ngược lại ta thấy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 14: Xác định m để:

1. Phương trình $x^3-3x^2-9x+m=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=16$ **B.** $m=11$ **C.** $m=13$ **D.** $m=12$

2. Phương trình $x^4-2(m+1)x^2+2m+1=0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=2$ hoặc $m=-\frac{4}{9}$ **B.** $m=4$ hoặc $m=-\frac{4}{9}$

C. $m=4$ hoặc $m=-2$ **D.** $m=3$ hoặc $m=-1$

Hướng dẫn giải:

1. Giải sử phương trình có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Khi đó: $x_1+x_3=2x_2, x_1+x_2+x_3=3 \Rightarrow x_2=1$

Thay vào phương trình ta có : $m=11$.

Với $m=11$ ta có phương trình : $x^3-3x^2-9x+11=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-11)=0 \Leftrightarrow x_1=1-\sqrt{12}, x_2=1, x_3=1+\sqrt{12}$

Ba nghiệm này lập thành CSC.

Vậy $m=11$ là giá trị cần tìm.

2. Đặt $t=x^2, t\ge 0$.

Phương trình trở thành: $t^2-2(m+1)t+2m+1=0$ (2)

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi PT (2) có hai nghiệm dương phân biệt $t_2>t_1>0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ P>0 \\ S>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2-(2m+1)>0 \\ 2m+1>0 \\ 2(m+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m\ne 0$$

Khi đó PT(2) có bốn nghiệm là: $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$

Bốn nghiệm này lập thành cấp số cộng khi :

$$\begin{cases} -\sqrt{t_2}+\sqrt{t_1}=-2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1}+\sqrt{t_2}=2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{t_2}=3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2=9t_1$$

Theo định lý viet thì : $\begin{cases} t_1+t_2=2(m+1) \\ t_1t_2=2m+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1+9t_1=2(m+1) \\ t_19t_1=2m+1 \end{cases} \Rightarrow 9m^2-32m-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$.

Vậy $m=4$ hoặc $m=-\dfrac{4}{9}$ là những giá trị cần tìm.

CẤP SỐ NHÂN

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa: *(u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n.q$ với $n \in N^*$ (q: công bội)*

2. Số hạng tổng quát: $u_n = u_1.q^{n-1}$ *với* $n \ge 2$

3. Tính chất các số hạng: $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}$ *với* $k \ge 2$

4. Tổng *n* số hạng đầu tiên: $\left[\begin{array}{ll} S_n = nu_1 & \text{vôùi } q = 1 \\ S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q} & \text{vôùi } q \ne 1 \end{array}\right.$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ NHÂN VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số nhân $\Leftrightarrow \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = q$ không phụ thuộc vào n và q là công bội.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow ac = b^2$.
- Để xác định một cấp số nhân, ta cần xác định số hạng đầu và công bội. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và q.

Câu 1: Cho dãy số: –1; 1; –1; 1; –1; … *Khẳng định nào sau đây là **đúng**?*

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân
B. Số hạng tổng quát $u_n = 1^n = 1$
C. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1$, $q = -1$
D. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^{2n}$.

Câu 2. Cho dãy số : 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; …. *Khẳng định nào sau đây là **sai**?*

A. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = 1$, $q = \frac{1}{2}$.
B. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.
C. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^n}$.
D. Dãy số này là dãy số giảm.

Câu 3. Cho dãy số: –1; –1; –1; –1; –1; … *Khẳng định nào sau đây là **đúng**?*

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân.
B. Là cấp số nhân có $u_1 = -1$; q=1.
C. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^n$.
D. Là dãy số giảm.

Câu 4. Cho dãy số : $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$. *Khẳng định nào sau đây là **sai**?*

A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.
B. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1$; $q = -\frac{1}{3}$.
C. Số hạng tổng quát. $u_n = (-1)^n.\frac{1}{3^{n-1}}$
D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm\frac{1}{2}$.
B. $q = \pm 2$.
C. $q = \pm 4$.
D. $q = \pm 1$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2;\ q=-5$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n?

A. $10;\ 50;\ -250;\ (-2)(-5)^{n-1}$.
B. $10;\ -50;\ 250;\ 2.-5^{n-1}$.
C. $10;\ -50;\ 250;\ (-2).5^n$.
D. $10;\ -50;\ 250;\ (-2)(-5)^{n-1}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4;\ q = -4$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n?

A. $-16;\ 64;\ -256;\ -(-4)^n$.
B. $-16;\ 64;\ -256;\ (-4)^n$.
C. $-16;\ 64;\ -256;\ 4(-4)^n$.
D. $-16;\ 64;\ -256;\ 4^n$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1;\ q=0{,}00001$. Tìm q và u_n ?

A. $q = \frac{1}{10};\ u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$
B. $q = \frac{-1}{10};\ u_n = -10^{n-1}$
C. $q = \frac{-1}{10};\ u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$
D. $q = \frac{-1}{10};\ u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1;\ q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 103
B. Số hạng thứ 104
C. Số hạng thứ 105
D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3;\ q=-2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của (u_n)?

A. Số hạng thứ 5.
B. Số hạng thứ 6.
C. Số hạng thứ 7.
D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3;\ q = \frac{-1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của (u_n)?

A. Số hạng thứ 11
B. Số hạng thứ 12
C. Số hạng thứ 9
D. Không là số hạng của cấp số đã cho

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$

A. $u_1 = 1, u_1 = 2$
B. $u_1 = 1, u_1 = 8$
C. $u_1 = 1, u_1 = 5$
D. $u_1 = 1, u_1 = 9$

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$

A. $u_1 = \frac{1}{11}, u_1 = \frac{81}{11}$
B. $u_1 = \frac{1}{12}, u_1 = \frac{81}{12}$
C. $u_1 = \frac{1}{13}, u_1 = \frac{81}{13}$
D. $u_1 = \frac{2}{11}, u_1 = \frac{81}{11}$

Câu 14: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết: $u_n = 2n$

A. $q = 3$
B. $q = 2$
C. $q = 4$
D. $q = \varnothing$

Câu 15: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết: $u_n = 4.3^n$

A. $q = 3$
B. $q = 2$
C. $q = 4$
D. $q = \varnothing$

Câu 16: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết: $u_n = \frac{2}{n}$.

A. $q = 3$ **B.** $q = \frac{1}{2}$ **C.** $q = 4$ **D.** $q = \varnothing$

Câu 17: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.
1. Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.
$u_n = 2^n$

A. $q = 3$ **B.** $q = 2$ **C.** $q = 4$ **D.** $q = \varnothing$

Câu 18: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.
$u_n = -\frac{3^{n-1}}{5}$

A. $q = 3$ **B.** $q = 2$ **C.** $q = 4$ **D.** $q = \varnothing$

Câu 19: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.
$u_n = 3n - 1$

A. $q = 3$ **B.** $q = 2$ **C.** $q = 4$ **D.** $q = \varnothing$

Câu 20: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.
$u_n = \frac{2^n - 1}{3}$

A. $q = 3$ **B.** $q = 2$ **C.** $q = 4$ **D.** $q = \varnothing$

Câu 21: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.
$u_n = n^3$.

A. $q = 3$ **B.** $q = 2$ **C.** $q = 4$ **D.** $q = \varnothing$

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$
1. Tìm công bội của dãy số (u_n).

A. $q = \frac{3}{2}$ **B.** $q = \sqrt{3}$ **C.** $q = \frac{1}{2}$ **D.** $q = 3$

2. Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \ldots + u_{20}$

A. $S = \frac{9}{2}(3^{20} + 1)$ **B.** $S = \frac{9}{2}(3^{20} - 1)$ **C.** $S = \frac{9}{2}(3^{10} - 1)$ **D.** $S = \frac{7}{2}(3^{10} - 1)$

3. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

A. 15 **B.** 16 **C.** 19 **D.** 17

Câu 23:
1. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ 7 gấp 243 lần số hạng thứ hai. Hãy tìm số hạng còn lại của CSN đó.

A. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

B. $u_1 = \frac{2}{7}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

C. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 21; u_6 = 54; u_7 = 162$

D. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$.

1. Viết năm số hạng đầu của cấp số;

A. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{5}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$

B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$

C. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{64}$

D. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$

2. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số;

A. $S_{10} = \frac{59048}{12383}$ **B.** $S_{10} = \frac{59123148}{19683}$ **C.** $S_{10} = \frac{1359048}{3319683}$ **D.** $S_{10} = \frac{59048}{19683}$

3. Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số ?

A. 41 **B.** 12 **C.** 9 **D.** 3

Câu 25: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2}\ .\ u_n \end{cases}$ **C.** $u_n = n^2 + 1$ **D.** $\begin{cases} u_1 = 1;\ u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_{n-1}.u_n \end{cases}$

Câu 26: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \left(\frac{-1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng. **B.** $u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng.

C. $u_n = 4^n$ là dãy số tăng. **D.** $u_n = (-4)^n$ là dãy số tăng.

Câu 27: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \frac{1}{10^n}$ là dãy số giảm. **B.** $u_n = \frac{-3}{10^n}$ là dãy số giảm.

C. $u_n = 10^n$ là dãy số giảm. **D.** $u_n = (-10)^n$ là dãy số giảm.

Câu 28: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. Cấp số nhân: $-2;\ -2,3;\ -2,9;\ ...$ có $u_6=(-2)\left(-\frac{1}{3}\right)^5$.

B. Cấp số nhân: $2;\ -6;\ 18;\ ...$ có $u_6=2.(-3)^6$.

C. Cấp số nhân: $-1;\ -\sqrt{2};\ -2;\ ...$ có $u_6=-2\sqrt{2}$.

D. Cấp số nhân: $-1;\ -\sqrt{2};\ -2;\ ...$ có $u_6=-4\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q. Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $u_k=\sqrt{u_{k+1}.u_{k+2}}$ **B.** $u_k=\frac{u_{k-1}+u_{k+1}}{2}$ **C.** $u_k=u_1.q^{k-1}$. **D.** $u_k=u_1+(k-1)q$.

Câu 30: Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $\begin{cases}u_1=-2\\ u_{n+1}=\frac{-1}{10}.u_n\end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=-\frac{1}{10}$. **B.** $u_n=(-2)\frac{1}{10^{n-1}}$.

C. $u_n=\frac{u_{n-1}+u_{n+1}}{2}\ (n\ge 2)$. **D.** $u_n=\sqrt{u_{n-1}.u_{n+1}}\ (n\ge 2)$.

Câu 31: Cho dãy số (u_n): $1;\ x;\ x^2;\ x^3;\ ...$ (với $x\in R,\ x\ne 1,\ x\ne 0$). Chọn mệnh đề đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có $u_n=x^n$. **B.** (u_n) là cấp số nhân có $u_1=1;\ q=x$.

C. (u_n) không phải là cấp số nhân. **D.** (u_n) là một dãy số tăng.

Câu 32: Cho dãy số (u_n): $x;\ -x^3;\ x^5;\ -x^7;\ ...$ (với $x\in R,\ x\ne 1,\ x\ne 0$). Chọn mệnh đề ***sai***:

A. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm. **B.** (u_n) là cấp số nhân có $u_n=(-1)^{n-1}.x^{2n-1}$.

C. (u_n) có tổng $S_n=\frac{x(1-x^{2n-1})}{1-x^2}$ **D.** (u_n) là cấp số nhân có $u_1=x,\ q=-x^2$.

Câu 33: Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. $1;\ 0,2;\ 0,04;\ 0,0008;\ ...$ **B.** $2;\ 22;\ 222;\ 2222;\ ...$

C. $x;\ 2x;\ 3x;\ 4x;\ ...$ **D.** $1;\ -x^2;\ x^4;\ -x^6;\ ...$

Câu 34: Cho cấp số nhân có $u_1=3,\ q=\frac{2}{3}$. Chọn kết quả đúng:

A. Bốn số hạng tiếp theo của cấp số là: $2;\ \frac{4}{3};\ \frac{8}{3};\ \frac{16}{3}$.

B. $u_n=3.\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

C. $S_n=9.\left(\frac{2}{3}\right)^n-9$.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Câu 35: Cho cấp số nhân có $u_1=-3,\ q=\frac{2}{3}$. Tính u_5?

A. $u_5=\frac{-27}{16}$. **B.** $u_5=\frac{-16}{27}$. **C.** $u_5=\frac{16}{27}$. **D.** $u_5=\frac{27}{16}$.

Câu 36: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5.
B. Thứ 6.
C. Thứ 7.
D. Không phải là số hạng của cấp số.

Câu 37: Cho cấp số nhân có $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_5 = 16$. Tìm q và u_1.

A. $q = \frac{1}{2};\ u_1 = \frac{1}{2}$.
B. $q = -\frac{1}{2};\ u_1 = -\frac{1}{2}$.
C. $q = 4;\ u_1 = \frac{1}{16}$.
D. $q = -4;\ u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 38: Cho CSN (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$

1. Tìm công bội và số hạng tổng quát của cấp số

A. $q = 3; u_n = \frac{3^{n-1}}{11}$
B. $q = \frac{1}{3}; u_n = \frac{81}{11}.\frac{1}{3^{n-1}}$
C. Cả A, B đúng
D. Cả A, B sai

2. Tính tổng S_{2011}

A. $q = \frac{1}{3}; S_{2011} = \frac{243}{22}\left(1 - \frac{1}{3^{2011}}\right)$
B. $q = 3; S_{2011} = \frac{1}{22}\left(3^{2011} - 1\right)$
C. Cả A, B đúng
D. Cả A, B sai

3. Trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$ có bao nhiêu số hạng của cấp số.

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:
- a,b,c theo thứ tự đó lập thành CSN $\Leftrightarrow ac=b^2$.

Câu 1: Cho dãy số $\frac{-1}{\sqrt{2}};\ \sqrt{b};\ \sqrt{2}$. Chọn b để dãy số đã cho lập thành cấp số nhân?

A. $b=-1$. **B.** $b=1$.
C. $b=2$. **D.** Không có giá trị nào của b.

Câu 2: Cho cấp số nhân: $\frac{-1}{5};\ a;\ \frac{-1}{125}$. Giá trị của a là:

A. $a=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $a=\pm\frac{1}{25}$. **C.** $a=\pm\frac{1}{5}$. **D.** $a=\pm 5$.

Câu 3: Cho dãy số: -1; x; 0,64. Chọn x để dãy số đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=-0,008$.
C. $x=0,008$. **D.** $x=0,004$.

Câu 4: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $u_n=\frac{1}{4^n}-1$ **B.** $u_n=\frac{1}{4^{n-2}}$ **C.** $u_n=n^2+\frac{1}{4}$ **D.** $u_n=n^2-\frac{1}{4}$

Câu 5: Xác định x để 3 số $2x-1;\ x;\ 2x+1$ lập thành một cấp số nhân:

A. $x=\pm\frac{1}{3}$. **B.** $x=\pm\sqrt{3}$.

C. $x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** Không có giá trị nào của x.

Câu 6: Xác định x để 3 số $x-2;\ x+1;\ 3-x$ lập thành một cấp số nhân:

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=\pm 1$.
C. $x=2$. **D.** $x=-3$.

Câu 7: Tìm x biết : $1, x^2, 6-x^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $x=\pm 1$ **B.** $x=\pm\sqrt{2}$ **C.** $x=\pm 2$ **D.** $x=\pm\sqrt{3}$

Câu 8: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **B.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{1}{8};\frac{1}{8}\right)$

C. $(x;y)=(3;1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **D.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{12}{8};\frac{1}{8}\right)$

Câu 9: Phương trình $x^3+2x^2+(m+1)x+2(m+1)=0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân.

A. $m=-1, m=-3, m=-4$ **B.** $m=-1, m=13, m=-4$
C. $m=1, m=3, m=4$ **D.** $m=-1, m=3, m=-4$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ NHÂN VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số nhân $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ không phụ thuộc vào n và q là công bội.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow ac = b^2$.
- Để xác định một cấp số nhân, ta cần xác định số hạng đầu và công bội. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và q.

Câu 1: Cho dãy số: –1; 1; –1; 1; –1; … *Khẳng định nào sau đây là **đúng**?*

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân
B. Số hạng tổng quát $u_n = 1^n = 1$
C. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1$, $q = -1$
D. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^{2n}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $1 = -1(-1);\ -1 = 1(-1)$. Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1 = -1;\ q = -1$.

Câu 2. Cho dãy số : $1;\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{8};\ \frac{1}{16};\ \ldots$. *Khẳng định nào sau đây là **sai**?*

A. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = 1$, $q = \frac{1}{2}$.
B. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.
C. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^n}$.
D. Dãy số này là dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\frac{1}{2} = 1.\frac{1}{2};\ \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2};\ \frac{1}{8} = \frac{1}{4}.\frac{1}{2};\ \frac{1}{16} = \frac{1}{8}.\frac{1}{2};\ldots$ Vậy daỹ số trên là cấp số nhân với $u_1 = 1;\ q = \frac{1}{2}$.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nân ta có : $u_n = u_1 q^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^{n-1}}$.

Câu 3. Cho dãy số: –1; –1; –1; –1; –1; … *Khẳng định nào sau đây là **đúng**?*

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân.
B. Là cấp số nhân có $u_1 = -1;\ q = 1$.
C. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^n$.
D. Là dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Các số hạng trong dãy giống nhau nên gọi là cấp số nhân với $u_1 = -1;\ q = 1$.

Câu 4. Cho dãy số : $-1;\ \frac{1}{3};\ -\frac{1}{9};\ \frac{1}{27};\ -\frac{1}{81}$. *Khẳng định nào sau đây là **sai**?*

A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.
B. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1;\ q = -\frac{1}{3}$.
C. Số hạng tổng quát. $u_n = (-1)^n.\frac{1}{3^{n-1}}$
D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{1}{3}=-1.\left(-\frac{1}{3}\right)$; $-\frac{1}{9}=-\frac{1}{3}.\left(-\frac{1}{3}\right)$; $\frac{1}{27}=-\frac{1}{9}.\left(-\frac{1}{3}\right)$;....... Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1=-1$; q=$-\frac{1}{3}$.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có $u_n=u_1q^{n-1}=-1\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}=(-1)^n.\frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-\frac{1}{2}$; $u_7=-32$. Tìm q ?

A. $q=\pm\frac{1}{2}$. **B.** $q=\pm 2$. **C.** $q=\pm 4$. **D.** $q=\pm 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có $u_n=u_1q^{n-1}\Rightarrow u_7=u_1.q^6\Rightarrow q^6=64\Rightarrow\left[\begin{array}{l}q=2\\q=-2\end{array}\right.$

.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-2$; q=-5. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n?

A. 10; 50; -250; $(-2)(-5)^{n-1}$. **B.** 10; -50; 250; $2.-5^{n-1}$.

C. 10; -50; 250; $(-2).5^n$. **D.** 10; -50; 250; $(-2)(-5)^{n-1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $u_2=u_1.q=(-2).(-5)=10$; $u_3=u_2.q=10.(-5)=-50$; $u_4=u_3.q=-50.(-5)=250$.

Số hạng tổng quát $u_n=u_1.q^{n-1}=(-2).(-5)^{n-1}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=4$; $q=-4$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n?

A. -16; 64; -256; $-(-4)^n$. **B.** -16; 64; -256; $(-4)^n$.

C. -16; 64; -256; $4(-4)^n$. **D.** -16; 64; -256; 4^n.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $u_2=u_1.q=4.(-4)=-16$; $u_3=u_2.q=-16.(-4)=64$; $u_4=u_3.q=64.(-4)=-256$.

Số hạng tổng quát $u_n=u_1.q^{n-1}=4.(-4)^{n-1}$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-1$; q=0,00001. Tìm q và u_n ?

A. $q=\frac{1}{10}$; $u_n=\frac{-1}{10^{n-1}}$ **B.** $q=\frac{-1}{10}$; $u_n=-10^{n-1}$

C. $q=\frac{-1}{10}$; $u_n=\frac{1}{10^{n-1}}$ **D.** $q=\frac{-1}{10}$; $u_n=\frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $u_6=u_1.q^5\Rightarrow 0,00001=-1.q^5\Rightarrow q=-\frac{1}{10}$.

Số hạng tổng quát $u_n=u_1.q^{n-1}=-1.\left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}=\frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-1;\ q=\dfrac{-1}{10}$. Số $\dfrac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 103 **B.** Số hạng thứ 104
C. Số hạng thứ 105 **D.** Không là số hạng của cấp số đã cho.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_n=u_1.q^{n-1}\Rightarrow \dfrac{1}{10^{103}}=-1.\left(-\dfrac{1}{10}\right)^{n-1}\Rightarrow n-1=103\Rightarrow n=104$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3;\ q=-2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của (u_n)?

A. Số hạng thứ 5. **B.** Số hạng thứ 6.
C. Số hạng thứ 7. **D.** Không là số hạng của cấp số đã cho.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $u_n=u_1.q^{n-1}\Rightarrow 192=3.(-2)^{n-1}\Rightarrow (-2)^{n-1}=64\Rightarrow n-1=6\Rightarrow n=7$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3;\ q=\dfrac{-1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của (u_n)?

A. Số hạng thứ 11 **B.** Số hạng thứ 12
C. Số hạng thứ 9 **D.** Không là số hạng của cấp số đã cho

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $u_n=u_1.q^{n-1}\Rightarrow 222=3.\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\Rightarrow \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=74$. Vậy 222 không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết: $\begin{cases}u_1+u_2+u_3+u_4=15\\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=85\end{cases}$

A. $u_1=1, u_1=2$ **B.** $u_1=1, u_1=8$ **C.** $u_1=1, u_1=5$ **D.** $u_1=1, u_1=9$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases}u_1(1+q+q^2+q^3)=15\\ u_1^2\left(1+q^2+q^4+q^6\right)=85\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}u_1\dfrac{q^4-1}{q-1}=15\\ u_1^2\dfrac{q^8-1}{q^2-1}=85\end{cases}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{q^4-1}{q-1}\right)^2\left(\dfrac{q^2-1}{q^8-1}\right)=\dfrac{45}{17}\Leftrightarrow \dfrac{(q^4-1)(q+1)}{(q-1)(q^4+1)}=\dfrac{45}{17}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}q=2\\ q=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Từ đó ta tìm được $u_1=1, u_1=8$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết: $\begin{cases}u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=11\\ u_1+u_5=\dfrac{82}{11}\end{cases}$

A. $u_1=\dfrac{1}{11}, u_1=\dfrac{81}{11}$ **B.** $u_1=\dfrac{1}{12}, u_1=\dfrac{81}{12}$ **C.** $u_1=\dfrac{1}{13}, u_1=\dfrac{81}{13}$ **D.** $u_1=\dfrac{2}{11}, u_1=\dfrac{81}{11}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\begin{cases} u_1\left(1+q+q^2+q^3+q^4\right)=11 \\ u_1(1+q^4)=\dfrac{82}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q(1+q+q^2)=\dfrac{39}{11} \\ u_1(1+q^4)=\dfrac{82}{11} \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{q^4+1}{q^3+q^2+q}=\dfrac{82}{39} \Leftrightarrow q=3, q=\dfrac{1}{3}$.

Câu 14: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết: $u_n=2n$

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{n+1}{n}$ phụ thuộc vào n suy ra dãy (u_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 15: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết: $u_n=4.3^n$

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{4.3^{n+1}}{4.3^n}=3$ không phụ thuộc vào n suy ra dãy (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=3$.

Câu 16: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết: $u_n=\dfrac{2}{n}$.

A. $q=3$ **B.** $q=\dfrac{1}{2}$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{2}{n+1}:\dfrac{2}{n}=\dfrac{n}{n+1}$ phụ thuộc vào n.

Suy ra dãy (u_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 17: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

1. Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$u_n=2^n$

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=2\Rightarrow (u_n)$ là CSN với công bội $q=2$

Câu 18: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$u_n=-\frac{3^{n-1}}{5}$

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=3\Rightarrow (u_n)$ là CSN với công bội $q=3$

Câu 19: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$u_n=3n-1$

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{3n+2}{3n-1}\Rightarrow (u_n)$ không phải là CSN

Câu 20: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$u_n=\frac{2^n-1}{3}$

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2^{n+1}-1}{2^n-1}\Rightarrow (u_n)$ không phải là CSN

Câu 21: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$u_n=n^3$.

A. $q=3$ **B.** $q=2$ **C.** $q=4$ **D.** $q=\varnothing$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{(n+1)^3}{n^3}\Rightarrow (u_n)$ không phải là CSN.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $u_n=3^{\frac{n}{2}+1}$

1. Tìm công bội của dãy số (u_n).

A. $q=\frac{3}{2}$ **B.** $q=\sqrt{3}$ **C.** $q=\frac{1}{2}$ **D.** $q=3$

2. Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \ldots + u_{20}$

A. $S = \frac{9}{2}(3^{20} + 1)$ **B.** $S = \frac{9}{2}(3^{20} - 1)$ **C.** $S = \frac{9}{2}(3^{10} - 1)$ **D.** $S = \frac{7}{2}(3^{10} - 1)$

3. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

A. 15 **B.** 16 **C.** 19 **D.** 17

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{\frac{n+1}{2}+1}}{3^{\frac{n}{2}+1}} = \sqrt{3}$,$\forall n \in N^* \Rightarrow$ Dãy số là cấp số nhân với $u_1 = 3\sqrt{3}; q = \sqrt{3}$.

2. Ta có $u_2; u_4; u_6; \ldots; u_{20}$ lập thành cấp số nhân số hạng đầu $u_2 = 9; q = 3$ và có 10 số hạng nên

$$S = u_2.\frac{1-3^{10}}{1-3} = 9.\frac{3^{10}-1}{2} = \frac{9}{2}(3^{10}-1)$$

3. Ta có : $u_n = 19683 \Leftrightarrow 3^{\frac{n}{2}+1} = 3^9 \Leftrightarrow \frac{n}{2} + 1 = 9 \Leftrightarrow n = 16$

Vậy số 19683 là số hạng thứ 16 của cấp số.

Câu 23:

1. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ 7 gấp 243 lần số hạng thứ hai. Hãy tìm số hạng còn lại của CSN đó.

A. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

B. $u_1 = \frac{2}{7}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

C. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 21; u_6 = 54; u_7 = 162$

D. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi CSN đó là (u_n), $n = \overline{1,7}$. Theo đề bài ta có :

$$\begin{cases} u_4 = 6 \\ u_7 = 243u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q^3 = 6 \\ u_1.q^6 = 243u_1.q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{9} \\ q = 3 \end{cases}$$

Do đó các số hạng còn lại của cấp số nhân là

$u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$.

1. Viết năm số hạng đầu của cấp số;

A. $u_1=2,u_2=\frac{2}{5},u_3=\frac{2}{9};u_4=\frac{2}{27},u_5=\frac{2}{81}$ **B.** $u_1=1,u_2=\frac{2}{3},u_3=\frac{2}{9};u_4=\frac{2}{27},u_5=\frac{2}{81}$ **C.** $u_1=2,u_2=\frac{2}{3},u_3=\frac{2}{9};u_4=\frac{2}{27},u_5=\frac{2}{64}$ **D.** $u_1=2,u_2=\frac{2}{3},u_3=\frac{2}{9};u_4=\frac{2}{27},u_5=\frac{2}{81}$

2. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số;

A. $S_{10}=\frac{59048}{12383}$ **B.** $S_{10}=\frac{59123148}{19683}$ **C.** $S_{10}=\frac{1359048}{3319683}$ **D.** $S_{10}=\frac{59048}{19683}$

3. Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số ?

A. 41 **B.** 12 **C.** 9 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases}u_1q^3=\frac{2}{27}\\ u_1q^2=243.u_1q^7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1q^3=\frac{2}{27}\\ q^5=\frac{1}{243}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}q=\frac{1}{3}\\ u_1=2\end{cases}$$

1. Năm số hạng đầu của cấp số là: $u_1=2,u_2=\frac{2}{3},u_3=\frac{2}{9};u_4=\frac{2}{27},u_5=\frac{2}{81}$.

2. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số

$$S_{10}=u_1\frac{q^{10}-1}{q-1}=2.\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10}-1}{\frac{1}{3}-1}=3\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right]=\frac{59048}{19683}.$$

3. Ta có: $u_n=\frac{2}{3^{n-1}}\Rightarrow u_n=\frac{2}{6561}\Leftrightarrow 3^{n-1}=6561=3^8\Rightarrow n=9$

Vậy $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 9 của cấp số.

Câu 25: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $\begin{cases}u_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ u_{n+1}=u_n^2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}u_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ u_{n+1}=-\sqrt{2}\ .\ u_n\end{cases}$ **C.** $u_n=n^2+1$ **D.** $\begin{cases}u_1=1;\ u_2=\sqrt{2}\\ u_{n+1}=u_{n-1}.u_n\end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do $\frac{u_{n+1}}{u_n}=-\sqrt{2}$ (không đổi) nên dãy số (u_n): $\begin{cases}u_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ u_{n+1}=-\sqrt{2}\ .\ u_n\end{cases}$ là một cấp số nhân.

Câu 26: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n=\left(\frac{-1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng. **B.** $u_n=\left(\frac{1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng.

C. $u_n=4^n$ là dãy số tăng. **D.** $u_n=(-4)^n$ là dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_n > 0,$ với mọi n và $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{4^n}{4^{n-1}} = 4 > 1$ nên (u_n) là dãy số tăng.

Câu 27: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \frac{1}{10^n}$ là dãy số giảm. **B.** $u_n = \frac{-3}{10^n}$ là dãy số giảm.

C. $u_n = 10^n$ là dãy số giảm. **D.** $u_n = (-10)^n$ là dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_n > 0,$ với mọi n và $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{10^{n-1}}{10^n} = \frac{1}{10} < 1$ nên (u_n) là dãy số giảm.

Câu 28: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. Cấp số nhân: $-2;\ -2,3;\ -2,9;$ ... có $u_6 = (-2)\left(-\frac{1}{3}\right)^5$.

B. Cấp số nhân: $2;\ -6;\ 18;$ ... có $u_6 = 2.(-3)^6$.

C. Cấp số nhân: $-1;\ -\sqrt{2};\ -2;$ ... có $u_6 = -2\sqrt{2}.$

D. Cấp số nhân: $-1;\ -\sqrt{2};\ -2;$ ... có $u_6 = -4\sqrt{2}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Cấp số nhân có $u_1 = -1;\ q = \sqrt{2}$ nên $u_6 = u_1.q^5 = (-1)\left(\sqrt{2}\right)^5 = -4\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q. Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $u_k = \sqrt{u_{k+1}.u_{k+2}}$ **B.** $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ **C.** $u_k = u_1.q^{k-1}.$ **D.** $u_k = u_1 + (k-1)q.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Theo tính chất các số hạng của cấp số nhân.

Câu 30: Cho dãy số (u_n) xác định bởi : $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10}.u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}.$ **B.** $u_n = (-2)\frac{1}{10^{n-1}}.$

C. $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}\ (n \ge 2).$ **D.** $u_n = \sqrt{u_{n-1}.u_{n+1}}\ (n \ge 2).$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{1}{10}$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}.$

Câu 31: Cho dãy số (u_n): $1;\ x;\ x^2;\ x^3;$ ... (với $x \in R,\ x \ne 1,\ x \ne 0$). Chọn mệnh đề đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có $u_n = x^n$. **B.** (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 1;\ q = x.$

C. (u_n) không phải là cấp số nhân.   **D.** (u_n) là một dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 32: Cho dãy số (u_n): $x;\ -x^3;\ x^5;\ -x^7;\ ...$ (với $x\in R$, $x\neq 1$, $x\neq 0$). Chọn mệnh đề ***sai***:

A. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm.   **B.** (u_n) là cấp số nhân có $u_n=(-1)^{n-1}.x^{2n-1}$.

C. (u_n) có tổng $S_n=\dfrac{x(1-x^{2n-1})}{1-x^2}$ **D.** (u_n) là cấp số nhân có $u_1=x$, $q=-x^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

(u_n) là cấp số nhân có $u_1=x$, $q=-x^2$ do đó $u_n=x.(-x^2)^{n-1}=(-1)^{n-1}.x^{2n-2}.x=(-1)^{n-1}.x^{2n-1}$.

Suy ra A, B, D đúng.

Câu 33: Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. $1;\ 0,2;\ 0,04;\ 0,0008;\ ...$ **B.** $2;\ 22;\ 222;2222;\ ...$

C. $x;\ 2x;\ 3x;\ 4x;\ ...$ **D.** $1;\ -x^2;\ x^4;\ -x^6;\ ...$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dãy số : $1;\ -x^2;\ x^4;\ -x^6;\ ...$ là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=1;$ công bội $q=-x^2$.

Câu 34: Cho cấp số nhân có $u_1=3$, $q=\dfrac{2}{3}$. Chọn kết quả đúng:

A. Bốn số hạng tiếp theo của cấp số là: $2;\ \dfrac{4}{3};\ \dfrac{8}{3};\ \dfrac{16}{3}$.

B. $u_n=3.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$.

C. $S_n=9.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n}-9$.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Áp dụng công thức: $u_n=u_1.q^{n-1}$ ta được: $u_n=3.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$.

Câu 35: Cho cấp số nhân có $u_1=-3$, $q=\dfrac{2}{3}$. Tính u_5 ?

A. $u_5=\dfrac{-27}{16}$.   **B.** $u_5=\dfrac{-16}{27}$.   **C.** $u_5=\dfrac{16}{27}$.   **D.** $u_5=\dfrac{27}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_5=u_1.q^4=(-3)\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=-\dfrac{16}{27}$.

Câu 36: Cho cấp số nhân có $u_1=-3$, $q=\dfrac{2}{3}$. Số $\dfrac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5.   **B.** Thứ 6.

C. Thứ 7.   **D.** Không phải là số hạng của cấp số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Giả sử số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ n của cấp số này.

Ta có: $u_1.q^{n-1}=\frac{-96}{243} \Leftrightarrow (-3)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{-96}{243} \Leftrightarrow n=6$.

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6 của cấp số.

Câu 37: Cho cấp số nhân có $u_2=\frac{1}{4}$; $u_5=16$. Tìm q và u_1.

A. $q=\frac{1}{2};\ u_1=\frac{1}{2}$.
B. $q=-\frac{1}{2};\ u_1=-\frac{1}{2}$.
C. $q=4;\ u_1=\frac{1}{16}$.
D. $q=-4;\ u_1=-\frac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_2=u_1.q \Leftrightarrow \frac{1}{4}=u_1.q$; $u_5=u_1.q^4 \Leftrightarrow 16=u_1.q^4$

Suy ra: $q^3=64 \Leftrightarrow q=4$. Từ đó: $u_1=\frac{1}{16}$.

Câu 38: Cho CSN (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=11 \\ u_1+u_5=\frac{82}{11} \end{cases}$

1. Tìm công bội và số hạng tổng quát của cấp số

A. $q=3; u_n=\frac{3^{n-1}}{11}$
B. $q=\frac{1}{3}; u_n=\frac{81}{11}.\frac{1}{3^{n-1}}$
C. Cả A, B đúng
D. Cả A, B sai

2. Tính tổng S_{2011}

A. $q=\frac{1}{3}; S_{2011}=\frac{243}{22}\left(1-\frac{1}{3^{2011}}\right)$
B. $q=3; S_{2011}=\frac{1}{22}\left(3^{2011}-1\right)$
C. Cả A, B đúng
D. Cả A, B sai

3. Trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$ có bao nhiêu số hạng của cấp số.

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Hướng dẫn giải:

1. Gọi q là công bội của cấp số. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} u_2+u_3+u_4=\frac{39}{11} \\ u_1+u_5=\frac{82}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1\left(q+q^2+q^3\right)=\frac{39}{11} \\ u_1\left(1+q^4\right)=\frac{82}{11} \end{cases}$$

Suy ra: $\frac{q^4+1}{q^3+q^2+q}=\frac{82}{39} \Leftrightarrow 39q^4-82q^3-82q^2-82q+39=0$

$\Leftrightarrow (3q-1)(q-3)(13q^2+16q+13)=0 \Leftrightarrow q=\frac{1}{3}, q=3$

- $q=\frac{1}{3} \Rightarrow u_1=\frac{81}{11} \Rightarrow u_n=\frac{81}{11}.\frac{1}{3^{n-1}}$
- $q=3 \Rightarrow u_1=\frac{1}{11} \Rightarrow u_n=\frac{3^{n-1}}{11}$.

2. Ta có: $S_{2011}=u_1\frac{q^{2011}-1}{q-1}$

- $q=\frac{1}{3} \Rightarrow S_{2011}=\frac{243}{22}\left(1-\frac{1}{3^{2011}}\right)$
- $q=3 \Rightarrow S_{2011}=\frac{1}{22}\left(3^{2011}-1\right)$

3. Với $q=3$ ta có: $u_n=\frac{3^{n-1}}{11}\in\left(\frac{1}{2};1\right) \Leftrightarrow n=3$ nên có một số hạng của dãy

Với $q=\frac{1}{3}$ ta có: $u_n=\frac{1}{11.3^{n-5}}\in\left(\frac{1}{2};1\right) \Leftrightarrow n=3$ nên có một số hạng của dãy.

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- a,b,c theo thứ tự đó lập thành CSN $\Leftrightarrow ac=b^2$.

Câu 1: Cho dãy số $\frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{b}$; $\sqrt{2}$. Chọn b để dãy số đã cho lập thành cấp số nhân?

A. $b=-1$. **B.** $b=1$.
C. $b=2$. **D.** Không có giá trị nào của b.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dãy số đã cho lập thành cấp số nhân khi $\begin{cases} b\ge 0 \\ b=-\frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}=-1 \end{cases}$. Vậy không có giá trị nào của b.

Câu 2: Cho cấp số nhân: $\frac{-1}{5}$; a; $\frac{-1}{125}$. Giá trị của a là:

A. $a=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $a=\pm\frac{1}{25}$. **C.** $a=\pm\frac{1}{5}$. **D.** $a=\pm 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $a^2=\left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{125}\right)=\frac{1}{625}\Leftrightarrow a=\pm\frac{1}{25}$

Câu 3: Cho dãy số: -1; x; $0,64$. Chọn x để dãy số đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=-0,008$.
C. $x=0,008$. **D.** $x=0,004$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Dãy số: -1; x; $0,64$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow x^2=-0,64$ (Phương trình vô nghiệm)

Câu 4: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $u_n=\frac{1}{4^n}-1$ **B.** $u_n=\frac{1}{4^{n-2}}$ **C.** $u_n=n^2+\frac{1}{4}$ **D.** $u_n=n^2-\frac{1}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_n=\frac{1}{4^{n-2}}\Rightarrow u_{n-1}=\frac{1}{4^{n-3}}$. Suy ra $\frac{u_n}{u_{n-1}}=\frac{1}{4}$ (Không đổi). Vậy (u_n): $u_n=\frac{1}{4^{n-2}}$ là một cấp số nhân có công bội $q=\frac{1}{4}$.

Câu 5: Xác định x để 3 số $2x-1$; x; $2x+1$ lập thành một cấp số nhân:

A. $x=\pm\frac{1}{3}$. **B.** $x=\pm\sqrt{3}$.
C. $x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** Không có giá trị nào của x.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ba số: $2x-1;\ x;\ 2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1)=x^2 \Leftrightarrow 4x^2-1=x^2$ $\Leftrightarrow 3x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 6: Xác định x để 3 số $x-2;\ x+1;\ 3-x$ lập thành một cấp số nhân:

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=\pm1$.
C. $x=2$. **D.** $x=-3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ba số $x-2;\ x+1;\ 3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow (x-2)(3-x)=(x+1)^2$ $\Leftrightarrow 2x^2-3x+7=0$ (Phương trình vô nghiệm)

Câu 7: Tìm x biết : $1, x^2, 6-x^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $x=\pm1$ **B.** $x=\pm\sqrt{2}$ **C.** $x=\pm2$ **D.** $x=\pm\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $1, x^2, 6-x^2$ lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow x^4=6-x^2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

Câu 8: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **B.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{1}{8};\frac{1}{8}\right)$

C. $(x;y)=(3;1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$ **D.** $(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{12}{8};\frac{1}{8}\right)$

Hướng dẫn giải:

Ta có hệ: $\begin{cases} x+6y+8x+y=2(5x+2y) \\ (x+\frac{5}{3}y)(2x-3y)=(y-1)^2 \end{cases}$ giải hệ này ta tìm được

$(x;y)=(-3;-1);\left(\frac{3}{8};\frac{1}{8}\right)$.

Câu 9: Phương trình $x^3+2x^2+(m+1)x+2(m+1)=0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân.

A. $m=-1, m=-3, m=-4$ **B.** $m=-1, m=13, m=-4$
C. $m=1, m=3, m=4$ **D.** $m=-1, m=3, m=-4$

Hướng dẫn giải:

Giả sử phương trình có ba nghiệm phân biệt lập thành CSN,khi đó :

$$\begin{cases} x_1x_3=x_2^2 \\ x_1+x_2+x_3=-2 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=m+1 \end{cases} \Rightarrow x_2=-\frac{m+1}{2}$$

thay vào phương trình ta có : $m=-1, m=3, m=-4$.

Bằng cách thay từng giá trị của m vào phương trình ta thấy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

Câu 1: Gọi $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n.(n+1)}, \forall n = 1,2,3.....$ thì kết quả nào sau đây là đúng.

A. $S_n = \frac{n-1}{n}$. **B.** $S_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $S_n = \frac{n+1}{n+2}$. **D.** $S_n = \frac{n+2}{n+3}$.

Câu 2: Gọi $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + ... + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}, \forall n = 1,2,3.....$ thì kết quả nào sau đây là đúng.

A. $S_n = \frac{n-1}{2n-1}$. **B.** $S_n = \frac{n}{2n+1}$. **C.** $S_n = \frac{n+1}{2n+3}$. **D.** $S_n = \frac{n+2}{2n+5}$.

Câu 3: Kí hiệu $n! = n.(n-1).(n-2)....3.2.1,\ \forall n = 1,2,3.......$ Với $S = 1.1! + 2.2! + 3.3! + ... + 2007.2007!$ thì giá trị của S là bao nhiêu

A. $S = 2.2007!$. **B.** $S = 2008! - 1$. **C.** $S = 2008!$. **D.** $S = 2008! + 1$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n), với $u_1 = 6$, $u_n = u_{n-1} + 5$ Khi đó, u_n có thể được tính theo biểu thức nào dưới đây.

A. $u_n = 5n + 1$. **B.** $u_n = 5(n+1)$. **C.** $u_n = 5^n + 1$. **D.** $u_n = 5^{n+1}$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n), với $u_n = 5^{n+1}$ Khi đó, u_{n-1} có thể được tính theo biểu thức nào dưới đây.

A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$. **D.** $u_n = \frac{5^{n+1}}{5}$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n), với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$, $\forall n = 1,2,3....$ Khi đó, u_{n-1} có thể được tính theo biểu thức nào dưới đây.

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. **B.** $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.

C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n), với $u_n = \left(\frac{n^2 - n}{n^2 + 1}\right)^{2007}$, $\forall n = 1,2,3....$ Khi đó, với $k \in \mathbb{N}$ ta có:

A. $u_{k+1}=\left(\frac{(n+1)^2-(n+1)}{(n+1)^2+1}\right)^{2007}$.

B. $u_{k+1}=\left(\frac{k^2-k}{k^2+1}\right)^{2007}$.

C. $u_{k+1}=\left(\frac{(k+1)^2-(k+1)}{(k+1)^2+1}\right)^{2007}$.

D. $u_{k+1}=\left(\frac{(k-1)^2-(k-1)}{(k-1)^2+1}\right)^{2007}$.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=1, u_2=3$ với mọi $n\ge 3$ thì $u_n=5u_{n-1}+3u_{n-2}$ Khi đó, u_{n+5} có thể được tính theo biểu thức nào dưới đây.

A. $u_{n+5}=5(n+5)u_{n-1}+3(n+5)u_{n-2}$.

B. $u_{n+5}=5u_n+3u_{n-1}$.

C. $u_{n+5}=5u_{n+4}+3u_{n-2}$.

D. $u_{n+5}=5u_{n+4}+3u_{n+3}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\frac{2n-1}{2n+5}, \forall n=1,2,3....$. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. tăng. **B.** giảm. **C.** không tăng. **D.** không giảm.

Câu 10: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\frac{3n-1}{3n+7}, \forall n=1,2,3....$,. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. bị chặn trên và bị chặn dưới.

D. không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 11: Cho dãy số (u_n), với $u_n=(-1)^n, \forall n=1,2,3....$,. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. tăng.

B. giảm.

C. bị chặn trên và bị chặn dưới.

D. không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 12: Cho dãy số (u_n), với $u_n=(-1)^n.5^{2n+5}$,. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. bị chặn trên và bị chặn dưới.

D. không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 13: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\left(\frac{1}{5}\right)^{2n+3}$,. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. tăng.

B. giảm.

C. bị chặn trên.

D. bị chặn trên và bị chặn dưới.

Câu 14: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4;1;6;x$. Khi đó giá trị của x là bao nhiêu.

A. $x=7$. **B.** $x=10$. **C.** $x=11$. **D.** $x=12$.

Câu 15: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-7;\ x;\ 11;\ y$. Khi đó giá trị của x và y là bao nhiêu.

A. $x=1; y=21$. **B.** $x=2; y=20$. **C.** $x=3; y=-19$. **D.** $x=4; y=18$.

Câu 16: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $5;\ 9;\ 13;\ 17;\ldots$. Khi đó u_n có thể được tính theo biểu thức nào sau đây.

A. $u_n=5n+1$. **B.** $u_n=5n-1$. **C.** $u_n=4n+1$. **D.** $u_n=4n-1$.

Câu 17: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $4;\ 7;\ 10;\ 13;\ldots$. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó $(n>1)$. Khi đó S_n có thể được tính theo công thức nào dưới đây.

A. $S_n=3n+1$. **B.** $S_n=\left(\dfrac{3n}{2}\right).n$. **C.** $S_n=\left(\dfrac{3n+1}{2}\right).n$. **D.** $S_n=\left(\dfrac{3n+2}{2}\right).n$.

Câu 18: Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng.

A. $u_n=7-3n$. **B.** $u_n=7-3^n$. **C.** $u_n=\dfrac{7}{3n}$. **D.** $u_n=7.3^n$.

Câu 19: Gọi $S=1-2+3-4+5-6+.............+(2n-1)-2n, \forall n\geq 1$. Khi đó giá trị của S là bao nhiêu.

A. $S=0$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=n$. **D.** $S=-n$.

Câu 20: Một cấp số cộng có 13 số hạng, số hạng đầu là 2 và tổng của 13 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng 260. Khi đó, giá trị của u_{13} là bao nhiêu.

A. $u_{13}=40$. **B.** $u_{13}=38$. **C.** $u_{13}=36$. **D.** $u_{13}=20$.

Câu 21: Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Khi đó, công sai của cấp số cộng đã cho có giá trị là bao nhiêu

A. $d=2$. **B.** $d=3$. **C.** $d=4$. **D.** $d=5$.

Câu 22: Một cấp số cộng có 7 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 30, còn tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ sáu bằng 35. Khi đó, số hạng thứ bảy của cấp số cộng đó có giá trị là bao nhiêu

A. $u_7=25$. **B.** $u_7=30$. **C.** $u_7=35$. **D.** $u_7=40$.

Câu 23: Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ

mười hai bằng 23. Khi đó, công sai của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu

A. $d = 2$. **B.** $d = 3$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = 5$.

Câu 24: Một cấp số cộng có 15 số hạng. Biết rằng tổng của 15 số hạng đó băng 225, và số hạng thứ mười lăm bằng 29. Khi đó, số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu

A. $u_1 = 1$. **B.** $u_1 = 2$. **C.** $u_1 = 3$. **D.** $u_1 = 5$.

Câu 25: Một cấp số cộng có 10 số hạng. Biết rằng tổng của 10 số hạng đó bằng 175, và công sai $d = 3$ Khi đó, số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

A. $u_1 = 0$. **B.** $u_1 = 2$. **C.** $u_1 = 4$. **D.** $u_1 = 6$.

Câu 26: Cho một cấp số cộng có 20 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai.**

A. $u_1 + u_{20} = u_2 + u_{19}$. **B.** $u_1 + u_{20} = u_5 + u_{16}$. **C.** $u_1 + u_{20} = u_8 + u_{13}$. **D.** $u_1 + u_{20} = u_9 + u_{11}$.

Câu 27: Cho một cấp số cộng có n số hạng $(n > k > 55)$. Đẳng thức nào sau đây là **sai.**

A. $u_1 + u_n = u_2 + u_{n-1}$. **B.** $u_1 + u_n = u_5 + u_{n-4}$. **C.** $u_1 + u_n = u_{55} + u_{n-55}$. **D.** $u_1 + u_n = u_k + u_{n-k+1}$.

Câu 28: Hai người cùng chơi đưa ngựa về đích. Bàn cờ được kẻ sẵn, gồm 107 ô vuông bằng nhau được xếp theo hàng ngang. Ô đầu tiên (ô số 1) bên trái bàn cờ là ô xuất phát, ô cuối cùng bên phải (ô 107) của bàn cờ được gọi là đích (như minh họa dưới đây)

1 Xuất phát	2	3	....	....	....	....	....	106	107 Đích

Trên bàn cờ có 1 chú ngựa, đứng ở ô xuất phát. Đến lượt đi, người chơi di chuyển ngựa theo một chiều, từ trái sang phải, với bước đi từ 1 đến 4 ô. Hai người thay nhau di chuyển ngựa, ai đưa được ngựa vào ô đích là thắng. Để người chơi thứ nhất (là người đi ngựa từ ô xuất phát) luôn thắng cần tiến hành theo cách nào sau đâu

A. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ 2 và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $(4k+2)$ với $k = 1, 2, ..., 21$.

B. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ 3 và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $(4k+2)$ với $k = 1, 2, ..., 21$.

C. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ 2 và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $(5k+2)$ với $k = 1, 2, ..., 21$.

D. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ 3 và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $(5k+2)$ với $k=1,2,.....,21$.

Câu 29: Hai người cùng chơi đưa ngựa về đích. Bàn cờ được kẻ sẵn, gồm n ô vuông bằng nhau được xếp theo hàng ngang. Ô đầu tiên (ô số 1) bên trái bàn cờ là ô xuất phát, ô cuối cùng bên phải của bàn cờ được gọi là đích (như minh họa dưới đây)

1 Xuất phát	2	3	….	….	….	….	….	106	107 Đích

Trên bàn cờ có 1 chú ngựa, đứng ở ô xuất phát. Đến lượt đi, người chơi được di chuyển ngựa theo một chiều, từ trái sang phải, với bước đi từ 1 đến k ô. Cho rằng $n=m(k+1)+r, 0<r<k; r,k,n\in\mathbb{N}$. Hai người thay nhau di chuyển ngựa, ai đưa được ngựa vào ô đích là thắng. Để người chơi thứ nhất (là người đi ngựa từ ô xuất phát) luôn thắng cần tiến hành theo cách nào sau đâu

A. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ k và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $(i.k+r)$ với $i=1,2,.....,m$.

B. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ $(r-1)$ và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $(i.k+r)$ với $i=1,2,.....,m$.

C. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ r và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $i(k+1)+r$ với $i=1,2,.....,m$.

D. Lần đầu di chuyển ngựa vào ô thứ $(r-1)$ và mỗi lần sau di chuyển ngựa vào ô thứ $i(k+1)+r$ với $i=1,2,.....,m$.

Câu 30: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $2;8;x;128$. Khi đó giá trị của x là bao nhiêu.

A. $x=14$. **B.** $x=32$. **C.** $x=64$. **D.** $x=68$.

Câu 31: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $x;\ 12;\ y;\ 192$. Khi đó giá trị của x và y là bao nhiêu.

A. $x=1; y=144$. **B.** $x=2; y=72$. **C.** $x=3; y=48$. **D.** $x=4; y=36$.

Câu 32: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $5;\ 9;\ 27;\ 81;\dots$. Khi đó u_n có thể được tính theo biểu thức nào sau đây.

A. $u_n=3^{n-1}$. **B.** $u_n=3^n$. **C.** $u_n=3^{n+1}$. **D.** $u_n=3+3^n$.

Câu 33: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $1;\ 4;\ 16;\ 64;\dots$. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó $(n>1)$. Khi đó S_n có thể được tính theo công thức nào dưới đây.

A. $S_n = 4^{n-1}$. **B.** $S_n = \left(\dfrac{1+4^{n+1}}{2}\right).n$. **C.** $S_n = \left(\dfrac{4^n - 1}{4-1}\right)$. **D.** $S_n = 4.\left(\dfrac{4^n - 1}{4-1}\right)$.

Câu 34: Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân.

A. $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 - 3^n$. **C.** $u_n = \dfrac{7}{3n}$. **D.** $u_n = 7.3^n$.

Câu 35: Gọi $S = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - ... + (-2)^{n-1} + (-2)^n, \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Khi đó giá trị của S là bao nhiêu.

A. $S = 2n$. **B.** $S = 2^n$. **C.** $S = \dfrac{-2(1-2^n)}{1-2}$. **D.** $S = -2\left(\dfrac{1-(-2^n)}{1-(-2)}\right)$.

Câu 36: Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu là 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Gọi q là công bội của cấp số nhân đó thì giá trị của q là bao nhiêu

A. $q = 3$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = -2$.

Câu 37: Một cấp số nhân có 4 số hạng, số hạng đầu là 3 và số hạng thứ tư là 192. Gọi S là tổng các số hạng của cấp số nhân đó, thì giá trị của S là bao nhiêu

A. $S = 390$. **B.** $S = 255$. **C.** $S = 256$. **D.** $S = -256$.

Câu 38: Cho một cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai.**

A. $u_1.u_{15} = u_2.u_{14}$. **B.** $u_1.u_n = u_5.u_{11}$. **C.** $u_1.u_n = u_6.u_9$. **D.** $u_1.u_n = u_{12}.u_4$.

Câu 39: Cho một cấp số nhân có n số hạng $(n > k > 55)$.Đẳng thức nào sau đây là **sai.**

A. $u_1.u_n = u_2.u_{n-1}$. **B.** $u_1.u_n = u_5.u_{n-4}$. **C.** $u_1.u_n = u_{55}.u_{n-55}$. **D.** $u_1.u_n = u_k.u_{n-k+1}$.

Câu 40: Một tam giác có các góc lập thành một cấp số nhân với công bội là $q = 2$. Khi đó số đo các góc của tam giác ấy tương ứng là bao nhiêu.

A. $30°;60°;90°$. **B.** $\dfrac{\pi}{5};\dfrac{2\pi}{5};\dfrac{4\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6};\dfrac{2\pi}{6};\dfrac{4\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{7};\dfrac{2\pi}{7};\dfrac{4\pi}{7}$.

Câu 41: Một tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a, b, c lập thành một cấp số cộng (các số hạng được lấy theo thứ tự đó) thì

A. sinA, sinB, sinC theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

B. cosA, cosB, cosC theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

C. tanA, tanB, tanC theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

D. cotA, cotB, cotC theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

Câu 42: Một cửa hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó, cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian, cửa hàng lại tiếp tục tăng giá mặt hàng đó lên 10%. Hỏi giá của mặt hàng A của cửa hàng sau hai lần tăng giá là bao nhiêu

A. 120. **B.** 121. **C.** 122. **D.** 200.

Câu 43: Một người đem 100.000.000 đồng đi gửi tiết kiệm với kì hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là $0,7\%$ số tiền người đó có. Hỏi sau khi hết kì hạn người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền

A. $10^8.(0,07)^5$ (đồng). **B.** $10^8.(0,07)^6$ (đồng).

C. $10^8.(1,07)^5$ (đồng). **D.** $10^8.(1,07)^6$ (đồng).

Câu 44: Cho cấp số nhân có 10 số hạng với công bội $q \neq 0$ và $u_1 \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $u_7 = u_4.q^3$.. **B.** $u_7 = u_4.q^4$.. **C.** $u_7 = u_4.q^5$.. **D.** $u_7 = u_4.q^6$..

Câu 45: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 0$ và $u_1 \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng

A. $u_m = u_k.q^k$. **B.** $u_m = u_k.q^m$. **C.** $u_m = u_k.q^{m-k}$. **D.** $u_m = u_k.q^{m+k}$.

Câu 46: Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó tính theo công thức nào dưới đây?

A. $u_n = 2^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2n$.

Câu 47: Một cấp số nhân có ba số hạng a, b, c (theo thứ tự đó), trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Khi đó, đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}$. **B.** $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$. **C.** $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ab}$. **D.** $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$.

Câu 48: Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông báo giờ (mỗi ngày 24 tiếng)

A. 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.

Câu 49: Một tứ giác có số đo các góc tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 3$. Khi đó số đo của các góc của tứ giác đó là

A. $\frac{\pi}{20};\frac{3\pi}{20};\frac{9\pi}{20};\frac{27\pi}{20}$. **B.** $\frac{\pi}{40};\frac{3\pi}{40};\frac{9\pi}{40};\frac{27\pi}{40}$. **C.** $30^0,60^0,90^0,180^0$. **D.** $\frac{\pi}{15};\frac{3\pi}{15};\frac{9\pi}{15};\frac{18\pi}{15}$

.

Câu 50: Cho dãy (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = an + b$, với a,b đều khác 0. Khi đó

A. (u_n) là dãy tăng. **B.** (u_n) là dãy giảm.

C. (u_n) là dãy bị chặn. **D** (u_n) là cấp số cộng.

Câu 51: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = an + b,$ trong đó $a;b$ đều khác 0, Khi đó

A. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = b$. **B.** (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = a$.

C. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = b$. **D.** (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = a$.

Câu 52: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = b.a^n, a > 1, b \neq 0.$ Khi đó

A. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = b$. **B.** (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = a$.

C. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = b$. **D.** (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = a$.

Câu 53: Cho (u_n) là cấp số nhân có công bội $q_1 \neq 0,$ Cấp số nhân (v_n) có công bội $q_2 \neq 0$ và số hạng đầu $v_1 \neq 0$. Dãy số (w_n) có số hạng tổng quát là $w_n = u_n.v_n$ là

A. Một cấp số nhận có số hạng đầu $u_1.v_1$ và có công bội $q = q_1$.

B. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1.v_1$ và có công bội $q = q_2$.

C. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1.v_1$ và có công bội $q = q_1.q_2$.

D. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1.v_1$ và có công bội $q = q_1 + q_2$.

Câu 54: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d \neq 0$. Khi đó dãy số $(5u_n)$

A. Không là cấp số cộng. **B.** Là cấp số cộng với công sai $5d$.

C. Là cấp số nhận với công bội d. **D.** Là cấp số nhân với công bội $5d$.

Câu 55: Cho cấp số cộng $\div u_1, u_2, u_3..., u_n$ có công sai $d \neq 0$. Khi đó dãy số $u_1, u_3, u_5...$ (các số hạng của cấp số đó theo thứ tự có chỉ số lẻ)

A. Không là cấp số cộng. **B.** Là cấp số cộng với công sai $2d$.

C. Là cấp số nhân với công bội d. **D.** Là cấp số nhân với công bội $3d$.

Câu 56: Cho cấp số cộng $\div u_1, u_2, u_3, ..., u_n$ có công sai d. Các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác 0. Khi đó, dãy số $\frac{1}{u_1}, \frac{1}{u_2}, ..., \frac{1}{u_n}$ là cấp số cộng

A. khi $d = -1$. **B.** khi $d = 0$. **C.** khi $d = 1$. **D.** khi $d \neq 0$.

Câu 57: Biết rằng các góc của tam giác ABC lập thành cấp số cộng, khi đó tam giác có một góc với số đo là

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 58: Một cấp số cộng có 8 số hạng, số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40, khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

A. $d = 4$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 7$.

Câu 59: Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị bao nhiêu?

A. $u_n = 57$. **B.** $u_n = 61$. **C.** $u_n = 65$. **D.** $u_n = 69$.

Câu 60: Gọi $S = 9 + 99 + 999 + 999...9$ (n số 9) thì S nhận giá trị nào sau đây?

A. $S = \frac{10^n - 1}{9}$. **B.** $S = 10\left(\frac{10^n - 1}{9}\right)$.

C. $S = 10\left(\frac{10^n - 1}{9}\right) - n$. **D.** $S = 10\left(\frac{10^n - 1}{9}\right) + n$.

Câu 61: Gọi $S = 1 + 11 + 111 + ... + 111...1$ (n số 1) thì S nhận giá trị nào sau đây

A. $\frac{10^n - 1}{81}$. **B.** $10\left(\frac{10^n - 1}{81}\right)$.

C. $10\left(\frac{10^n - 1}{81}\right) - n$. **D.** $\frac{1}{9}\left[10\left(\frac{10^n - 1}{9}\right) - n\right]$.

Câu 62: Cho ba số a, b, c theo thứ tự vừa lập thành cấp số cộng, vừa lập thành cấp số nhân khi và chỉ khi

A. $a = 1, b = 2, c = 3$. **B.** $a = d$, $b = 2d$, $c = 3d$ với $d \neq 0$ cho trước.

C. $a = q$, $b = q^2$, $c = q^3$ với $q \neq 0$ cho trước. **D.** $a = b = c$.

Câu 63: Gọi $P = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)...\left(1 - \frac{1}{2^2}\right), \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ thì P nhận giá trị nào sau đây

A. $P=\frac{n-1}{n}$.   **B.** $P=\frac{n-1}{2n}$.   **C.** $P=\frac{n+1}{n}$.   **D.** $P=\frac{n+1}{2n}$.

Câu 64: Gọi $S=1+2+3+...+n.$. Biết $S=2001000$ thì giá trị của n tương ứng là bao nhiêu.

A. $n=1000$.   **B.** $n=1001$.   **C.** $n=2000$.   **D.** $n=2001$.

Câu 65: Gọi $C=\underbrace{\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{...+\sqrt{2}}}}}_{n\text{ dau can}}.\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{...+\sqrt{2}}}}}_{n\text{ dau can}}$ (dấu căn thứ nhất chỉ có một dấu $(-)$ còn lại là dấu $(+)$, căn thứ hai toàn dấu $(+)$, các căn liên tiếp đến lớp thứ n). Giá trị của C là bào nhiêu.

A. 0.   **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$.   **D.** 2.

Câu 66: Gọi $T=\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{...+\sqrt{2}}}}}}_{\text{n dÊu c¨n}}$ (trong căn toàn dấu $(+)$, các căn liên tiếp thứ n). Giá trị của là bao nhiêu

A. $T=\sqrt{3}$.   **B.** $T=\sqrt{5}$.   **C.** $T=\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$.   **D.** $T=2\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$.

Câu 67: Nếu $M=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}(\forall n=1,2,3...)$ thì

A. $M<\frac{1}{2}$.   **B.** $M\le\frac{1}{2}$.   **C.** $M>\frac{1}{2}$.   **D.** $M\ge\frac{1}{2}$.

Câu 68: Cho dãy số (u_n), với $u_1=\sqrt{2}$ và $u_n=\sqrt{2+u_{n-1}}$. Khi đó, số hạng tổng quát của dãy số đó là

A. $u_n=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.   **B.** $u_n=\sqrt{2+n\sqrt{2}}$.

C. $u_n=n\sqrt{2+\sqrt{2}}$.   **D.** $u_n=\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{...+\sqrt{2}}}}}}_{\text{n dÊu c¨n}}$.

Câu 69: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{n+n},\forall n=1,2,3...$. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. tăng.   **B.** giảm.

C. không tăng.   **D.** không tăng, không giảm.

Câu 70: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\frac{1}{1.4}+\frac{1}{2.5}+...+\frac{1}{n(n+3)},\forall n=1,2,3...$. Khi đó, (u_n) là dãy số

A. chỉ bị chặn trên.   **B.** chỉ bị chặn dưới.

C. vừa bị chặn trên và vừa bị chặn dưới. **D.** không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 71: Cho dãy số (u_n), với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{n^2}$, $\forall n = 2,3,...$. Khi đó, (u_n) là dãy số.

A. Chỉ bị chặn trên. **B.** Chỉ bị chặn dưới.

C. Vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 72: Người ta trồng cây theo hình tam giác, với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây,... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu.

A. 98. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 101.

Câu 73: Cho cấp số cộng u_1, u_2, u_3,..., u_n có công sai d và tất cả các số hạng đều dương. Gọi $S = \frac{1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{u_{n-1}} + \sqrt{u_n}}$. Khi đó giá trị của S là bao nhiêu.

A. $S = \frac{u_n - u_1}{d}$. **B.** $S = \frac{u_n + u_1}{d}$. **C.** $S = \frac{\sqrt{u_n} - \sqrt{u_1}}{d}$. **D.** $S = \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_1}}{d}$.

Câu 74: Gọi $P = a.a^2.a^3.a^4....a^{2007}$, thì P nhận giá trị nào sau đây.

A. $P = a^{5050}$. **B.** $P = a^{500500}$. **C.** $P = a^{2015028}$. **D.** $P = \left(a^{2007}\right)^2$.

Câu 75: Với giá trị nào của x thì ta có cấp số cộng với ba số hạng là: $x^2 + 5; 5x; x^2 + 7$ (ba số hạng lấy theo thứ tự đó).

A. $x = 1$ hoặc $x = 6$. **B.** $x = 1$ hoặc $x = 5$. **C.** $x = 2$ hoặc $x = 3$. **D.** $x = 3$ hoặc $x = 4$.

Câu 76: Gọi $M = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{... + \sqrt{6}}}}}$ thì

A. $M > 3$. **B.** $M \geq 3$. **C.** $M < 3$. **D.** $M \leq 3$.

Câu 77: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,...và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô?

A. 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

ĐÁP ÁN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
B	B	B	A	B	D	C	D	B	C
Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
C	D	B	C	B	C	D	A	D	B
Câu 21	Câu 22	Câu 23	Câu 24	Câu 25	Câu 26	Câu 27	Câu 28	Câu 29	Câu 30
B	B	A	B	C	D	C	C	C	B
Câu 31	Câu 32	Câu 33	Câu 34	Câu 35	Câu 36	Câu 37	Câu 38	Câu 39	Câu 40
C	B	C	D	D	A	B	C	C	D
Câu 41	Câu 42	Câu 43	Câu 44	Câu 45	Câu 46	Câu 47	Câu 48	Câu 49	Câu 50
A	B	D	A	C	B	B	B	A	D
Câu 51	Câu 52	Câu 53	Câu 54	Câu 55	Câu 56	Câu 57	Câu 58	Câu 59	Câu 60
B	D	C	B	B	B	C	B	C	C
Câu 61	Câu 62	Câu 63	Câu 64	Câu 65	Câu 66	Câu 67	Câu 68	Câu 69	Câu 70
D	D	D	C	C	D	A	D	A	C
Câu 71	Câu 72	Câu 73	Câu 74	Câu 75	Câu 76	Câu 77			
C	B	C	C	C	C	B			